A pozitív számok súlyozott számtani és mértani közepei közt fennálló egyenlőtlenség felhasználásával

$$
\begin{aligned}
(1)\qquad ab^5+bc^5+ca^5 &= \frac{8+2+11}{21}(ab^5+bc^5+ca^5)= \\
&= \frac{8ab^5+2bc^5+11ca^5}{21}+\frac{11ab^5+8bc^5+2ca^5}{21}+\frac{2ab^5+11bc^5+8ca^5}{21}\geq \\
&\geq \left[(ab^5)^8(bc^5)^2(ca^5)^{11}\right]^{\frac{1}{21}}+\left[(ab^5)^{11}(bc^5)^8(ca^5)^2\right]^{\frac{1}{21}}+\left[(ab^5)(bc^5)^{11}(ca^5)^8\right]^{\frac{1}{21}}= \\
&= a^3b^2c+b^3c^2a+c^3a^2b=abc(a^2b+b^2c+c^2a).
\end{aligned}
$$

Egyenlőség pontosan akkor áll, ha $ab^5=bc^5=ca^5,$ azaz $a=b=c$.

$\varphi Megjegyzés. A 8, 2, 11 slyokat - -eredetileg mint g_1, g_2, g_3$ pozitív számokat – úgy választottuk, hogy (1) 3. és 4. sorának első tagjaiban a, b, c kitevői egyenlők legyenek. Ebből a homogén lineáris egyenletrendszerből kapjuk a $g_1 : g_2 : g_3 = 8 : 2 : 11$ arányt.