

Az  $x^2 + y^2 = 1$  egyenlet az origó középpontú, egységnyi sugarú kör egyenlete; ezért található olyan  $\varphi \in [0, 2\pi)$  szám, amelyre

$$x = \cos \varphi \quad \text{és} \quad y = \sin \varphi.$$

Ezeket a második egyenletbe helyettesítve:

$$4 \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi = \sqrt{\frac{\sin \varphi + 1}{2}}.$$

Az egyenlet bal oldalán éppen  $\cos 3\varphi$  áll; így az egyenlet a következőképpen alakul:

$$\cos 3\varphi = \sqrt{\frac{\sin \varphi + 1}{2}}.$$

Kikötve, hogy  $\cos 3\varphi \geq 0$ , emeljünk négyzetre és rendezzük át az egyenletet:

$$2 \cos^2 3\varphi - 1 = \sin \varphi,$$

$$\cos 6\varphi = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right).$$

Ez úgy lehetséges, ha  $6\varphi = (\pi/2 - \varphi) + 2k\pi$ , vagy  $6\varphi = -(\pi/2 - \varphi) + 2k\pi$ , azaz

$$\varphi = \frac{\pi}{14} + \frac{2k\pi}{7} \quad \text{vagy} \quad \varphi = -\frac{\pi}{10} + \frac{2k\pi}{5}.$$

Ebből – figyelembe véve, hogy  $0 \leq \varphi < 2\pi$  és  $\cos 3\varphi \geq 0$  – a következő értékeket kapjuk:

$$\begin{array}{lll} \varphi_1 = \frac{\pi}{14}; & \varphi_2 = \frac{9\pi}{14}; & \varphi_3 = \frac{17\pi}{14}, \quad \text{illetve} \\ \varphi_4 = \frac{7\pi}{10}; & \varphi_5 = \frac{3\pi}{2}; & \varphi_6 = \frac{19\pi}{10}. \end{array}$$

Az ezekhez tartozó megoldások:

$$\begin{array}{llll} x_1 = \cos \frac{\pi}{14}, & y_1 = \sin \frac{\pi}{14}; & x_4 = \cos \frac{7\pi}{10}, & y_4 = \sin \frac{7\pi}{10}; \\ x_2 = \cos \frac{9\pi}{14}, & y_2 = \sin \frac{9\pi}{14}; & x_5 = 0, & y_5 = -1; \\ x_3 = \cos \frac{17\pi}{14}, & y_3 = \sin \frac{17\pi}{14}; & x_6 = \cos \frac{19\pi}{10}, & y_6 = \sin \frac{19\pi}{10}. \end{array}$$