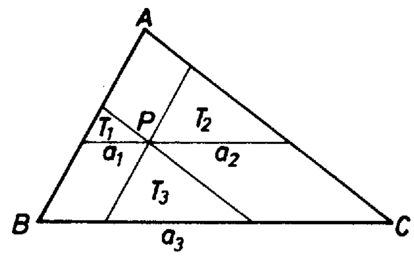
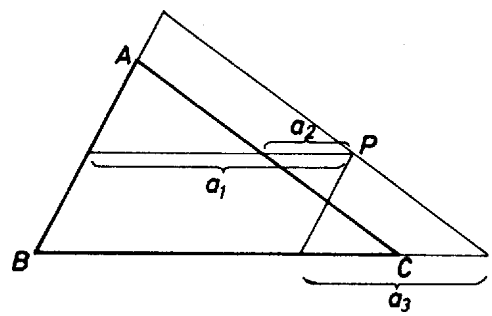
Jelöljük a T_1, T_2, T_3 területű háromszögeknek a $BC = a$ oldallal párhuzamos oldalát a_1, a_2, a_3-mal. Használjuk az ábrák további jelöléseit. Mivel egy paralelogramma szemközti oldalai egyenlők, $a_1 + a_2 + a_3 = a$, amiből

$$\frac{a_1}{a} + \frac{a_2}{a} + \frac{a_3}{a} = 1.$$



1. ábra



2. ábra

A létrejött háromszögek mindegyike hasonló az ABC háromszöghöz, tehát megfelelő oldalaik aránya megegyezik a területük négyzetgyökének arányával. Ezért az előbbi egyenlőség így írható:

$$\frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} + \frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T}} + \frac{\sqrt{T_3}}{\sqrt{T}} = 1, \quad \text{amiből} \quad \sqrt{T_1} + \sqrt{T_2} + \sqrt{T_3} = \sqrt{T},$$

amint azt bizonyítani kellett.

Megjegyzések A fenti bizonyítás akkor is érvényes, ha P pl. az AC oldalon van. Ekkor $a_1 + a_3 = a$, és az állítás így alakul: $\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3} = \sqrt{T}$. Ha P a 2. ábra szerinti külső pont, akkor $a_1 - a_2 + a_3 = a$, és ebből $\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2} + \sqrt{T_3} = \sqrt{T}$ adódik. Egészen általánosan megmutatható, hogy ha P a háromszög síkjának egy pontja, és a P-n át az oldalakkal húzott $2-2$ párhuzamos és $1-1$ oldal egyenese által határolt három háromszög területe T_1, T_2, illetveT_3, akkor $\varepsilon_1\sqrt{T_1} + \varepsilon_2\sqrt{T_2} + \varepsilon_3\sqrt{T_3} = \sqrt{T}$, ahol ε_1, ε_2, ε_3 értéke 1, -1 vagy 0 aszerint, hogy P a megfelelő háromszögoldal melyik félsíkjában van, illetve illeszkedik arra.