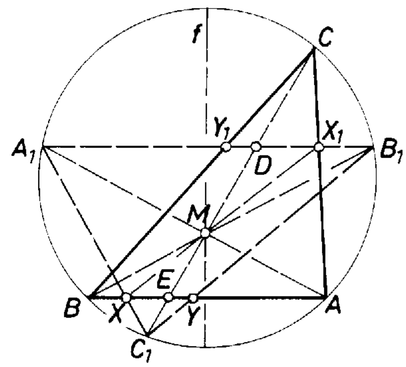
Használjuk az *ábra* jelöléseit. Mivel az ABM háromszög egyenlő szárú, $ABM\sphericalangle = BAM\sphericalangle$, a kerületi szögek tétele szerint pedig $ABM\sphericalangle = AA_1B_1\sphericalangle$. E két összefüggésből $AA_1B_1\sphericalangle = BAM\sphericalangle$, amiből következik, hogy $A_1B_1 \| AB$.



Vezessük be az

(1)
$$\frac{A_1B_1}{AB} = \lambda$$

jelölést. A párhuzamos szelők tételét és a szelődarabok arányára vonatkozó tételt alkalmazva:

(2)
$$\frac{MA_1}{MA} = \frac{DA_1}{EA} = \frac{DM}{EM} = \frac{DB_1}{EB} = \lambda.$$

Írjuk föl a D és az E pontoknak a körre vonatkozó hatványát:

$$DC \cdot DC_1 = DA_1 \cdot DB_1,$$

illetve

$$EC \cdot EC_1 = EA \cdot EB.$$

E két összefüggésből és (2)-ből:

(3)
$$\frac{DC}{EC} \cdot \frac{DC_1}{EC_1} = \frac{DA_1}{EA} \cdot \frac{DB_1}{EB} = \lambda^2.$$

A párhuzamos szelők tétele szerint $\dfrac{DC}{EC} = \dfrac{DX_1}{EA}$ és $\dfrac{DC_1}{EC_1} = \dfrac{DA_1}{EX}$, ezért (3) így alakítható:

(4)
$$\lambda^2 = \frac{DX_1}{EA} \cdot \frac{DA_1}{EX} = \frac{DA_1}{EA} \cdot \frac{DX_1}{EX} = \lambda \cdot \frac{DX_1}{EX},$$

ahol közben fölhasználtuk (2)-t és fölcseréltük a számlálók sorrendjét. (4)-ből következik, hogy

(5)
$$\frac{DX_1}{EX} = \lambda.$$

Tekintsük ezután az $EXDX_1$ trapézt. Tegyük fel, hogy az ED és az XX_1 átlók metszéspontja valamely M_1 pont. A párhuzamos szelők tétele és a szelődarabok arányára vonatkozó tétel, valamint (5) szerint:

$$\frac{X_1M_1}{XM_1} = \frac{DM_1}{EM_1} = \frac{DX_1}{EX} = \lambda,$$

de (2) miatt $\dfrac{DM}{EM} = \lambda$, ezért az adott arányú osztópont egyértelműsége következtében $M_1 \equiv M$.. Tehát az XX_1 átló átmegy az M ponton. Hasonlóan igazolhatjuk, hogy YY_1 átmegy M-en.

Futó Gábor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)