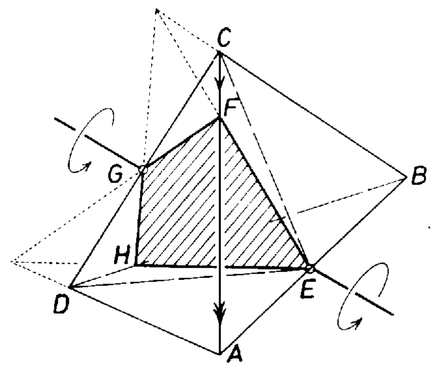
Legyen az $ABCD$ tetraéder AB élének felezőpontja E, a CD él felezőpontja pedig G. Az E és G pontokon átmenő CED sík a tetraédert két egyenlő térfogatú részre vágja. Ugyanis a CE súlyvonal felezi az ABC háromszög területét, ezért az $AECD$ és $EBCD$ tetraéderek AEC és EBC alapterülete megegyezik, továbbá egybeesik a D-ből húzható magasságuk is.



Forgassuk el a CED síkot a GE egyenes körül. Az elforgatott sík a tetraédert az $EFGH$ négyszögben metszi. Azt állítjuk, hogy az elforgatott sík is felezi a tetraéder térfogatát. Tekintsük az $EBCD$ tetraédert. Ebből az elforgatott sík egyrészt levágja az EGH alapú, D csúcsú gúlát, másrészt hozzáveszi az EGF alapú, C csúcsú gúlát. Mivel a tetraéder BD és AC éle egy-egy EG-vel párhuzamos síkba foglalható, az F és H pontok egyenlő távolságra vannak EG-től. Ezért az EGF háromszög és EGH háromszög területe egyenlő. Tekintve, hogy a G pont a CD él felezőpontja, a C és D pontoknak is $EFGH$ síktól való távolsága ugyanakkora, ezért az említett két gúla magassága is megegyezik, tehát a térfogata is egyenlő. Ez azt jelenti, hogy az elforgatott sík is felezi a tetraéder térfogatát.

A kettévágó sík GE körüli forgatása közben pl. az F pont a CA szakaszon mozog A felé. Ha F egybeesik A-val, újra előáll a megoldás első részében leírt helyzet, az elforduló sík ABG-be jut. Ha az ABG síkot GE körül tovább forgatjuk, a megoldás második részében leírtak ismétlődnek.

Ratkó Éva (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o. t.) dolgozata alapján