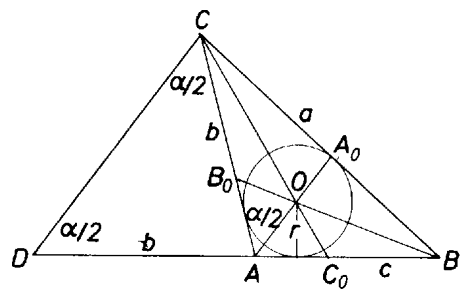
Használjuk az *ábra* jelöléseit. Ismeretes, hogy $OA \cdot OB \cdot OC = 4r^2 \cdot R$ (lásd pl. Geometriai feladatok gyűjteménye II. $434/n$ feladat).



Ezt felhasználva a bizonyítandó állítás így írható:

$$OA_0 \cdot OB_0 \cdot OC_0 \leq \frac{OA \cdot OB \cdot OC}{8},$$

azaz

(1) $$\frac{OA_0 \cdot OB_0 \cdot OC_0}{OA \cdot OB \cdot OC} \leq \frac{1}{8}.$$

A szögfelező osztásarányáról szóló tétel és a párhuzamos szelődarabok arányára vonatkozó tétel szerint pl. $\frac{OA_0}{OA}$ így számítható ki az oldalakkal:

$$\frac{OA_0}{OA} = \frac{BA_0}{BA} = \frac{BC}{BD} = \frac{a}{b+c}.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy $\frac{OB_0}{OA} = \frac{b}{a+c}$ és $\frac{OC_0}{OC} = \frac{c}{a+b}$. Ezért (1)-gyel és egyúttal a bizonyítandó egyenlőtlenséggel ekvivalens a következő:

$$\frac{a}{b+c} \cdot \frac{b}{a+c} \cdot \frac{c}{a+b} \leq \frac{1}{8},$$

azaz

(2) $$abc \leq \frac{b+c}{2} \cdot \frac{a+c}{2} \cdot \frac{a+b}{2}.$$

Tekintve, hogy $a \cdot b \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$, (2) már nyilvánvaló. Azt is láthatjuk, hogy egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha $a = b = c$.