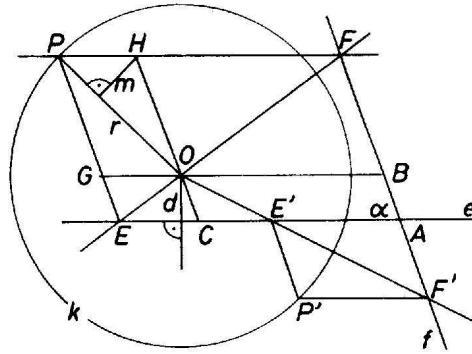


Tekintsük a feladatot megoldottnak. Legyen a szerkesztendő negyedik paralelogramma-csúcs P . Az O -n át e -vel és f -fel húzott párhuzamosok a paralelogramma oldalait a B , G , illetve C , H pontokban metszik.



Használjuk az *ábra* további jelöléseit is. Mivel az O pont a paralelogramma EF átlójára illeszkedik, az $OGPH$ és $OBAC$ paralelogrammák területe egyenlő. (Ez abból következik, hogy az előbbi paralelogrammát az EGO és az OHF háromszöggel, az utóbbit az ECO és az OBF háromszöggel egyesítve egyenlő területű háromszögeket kapunk.) A két paralelogramma területének egyenlősége azt jelenti, hogy $r \cdot m = OB \cdot d$, ahol r a kör sugara, m és d pedig az OPH háromszög, illetve az $OBAC$ paralelogramma magassága. Az előbbi egyenletet átrendezve: $\frac{m}{d} = \frac{OB}{r}$, amiből m negyedik arányosként megszerkeszthető, hiszen d , OB és r adottak. Ezután az OPH háromszög megszerkeszthető az $OP = r$ oldalából, az ezzel szemközti $180^\circ - \alpha$ szögből és az OP oldalhoz tartozó m magasságból. A megszerkesztett háromszög akármelyik, OP -től különböző oldalát $OH = BF$ szakaszként B -ből fölmérjük az f egyenesre, és kapjuk az F pontot, amellyel a paralelogramma már megszerkeszthető. Mivel az OH oldal általában kétféleképpen választható, és B -ből f -re mindkét irányba fölmérhető, a feladatnak legfeljebb négy megoldása van. A megoldhatóság feltétele az OPH háromszögnek az OP , $180^\circ - \alpha$, m adatokból való megszerkeszthetősége, azaz $m \leq \frac{r}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, továbbá az, hogy a kapott F pontokból e -vel húzott párhuzamos messe a k kört. (Az ábrán feltüntetettük az $AE'P'F'$ megoldást is.)