

Az állítást teljes indukcióval bizonyítjuk. Ha $n = 0$, azaz p konstans, akkor az állítás nyilván igaz, hiszen

$$|p - 1| + |p - 3| \geq |(p - 1) - (p - 3)| = 2,$$

amiből következik, hogy $|p - 1| \geq 1$ vagy $|p - 3| \geq 1$.

Tegyük fel, hogy az állítás igaz $n = m$ -re. Megmutatjuk, hogy ebből következik $n = m + 1$ -re is.

Legyen p $(m + 1)$ -edfokú polinom, és tegyük fel, hogy az állítással ellentétben minden $0 \leq k \leq m + 2$ egész számra

$$|p(k) - 3^k| < 1.$$

Tekintsük most a következő polinomot:

$$q(x) = \frac{p(x + 1) - p(x)}{2}.$$

Mivel a $p(x + 1)$ és $p(x)$ polinomok főegyütthatója megegyezik, $p(x + 1) - p(x)$ -ben az $(m + 1)$ -edfokú tag kiesik, vagyis q foka legfeljebb m . Indirekt feltevésünk szerint minden $0 \leq k \leq m + 1$ egészre

$$|p(k) - 3^k| < 1$$

és

$$|p(k + 1) - 3^{k+1}| < 1,$$

amiből

$$\begin{aligned} |q(k) - 3^k| &= \left| \frac{p(k + 1) - p(k)}{2} - 3^k \right| = \left| \frac{(p(k + 1) - 3^{k+1}) - (p(k) - 3^k)}{2} \right| \leq \\ &\leq \frac{|p(k + 1) - 3^{k+1}| + |p(k) - 3^k|}{2} < 1. \end{aligned}$$

Tehát q egy olyan legfeljebb m -edfokú polinom, amelyre teljesül, hogy minden $0 \leq k \leq m + 1$ egészre

$$|q(k) - 3^k| < 1.$$

Ez azonban ellentmond az indukciós feltevésnek; az állítás tehát igaz.