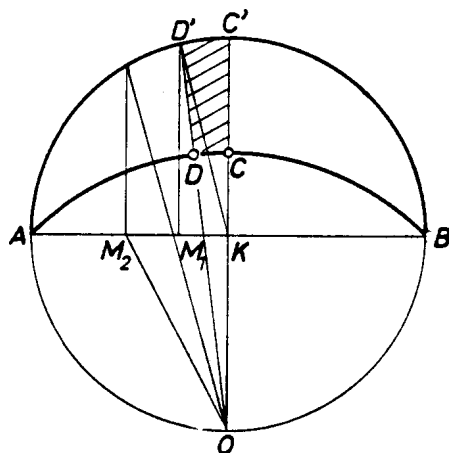


Használjuk az *ábra* jelöléseit.



Az  $AB$  húr  $K$  felezőpontja egyben az  $AB$  átmérőjű kör középpontja. Az  $AB$ -re  $K$ -ban emelt merőleges a két kört a  $C$ , illetve a  $C'$  pontban metszi. Legyen  $M_1$  egy osztópont  $AB$ -n. Az itt állított merőleges messe a félkört a  $D$  pontban,  $OD'$  és a negyed körív metszéspontja pedig legyen  $D$ . Jelöljük a  $C, C', D', D$  csúcsokkal meghatározott sarló rész területét  $t(CC'D'D)$ -vel. Ezt a területet úgy kaphatjuk meg, hogy az  $OKD'$  háromszög és a  $KC'D'$  körcikk területének összegéből kivonjuk az  $OCD$  körcikk területét, tehát

$$(1) \quad t(CC'D'D) = t(OKD') + t(KC'D') - t(OCD).$$

A  $D'OC' \sphericalangle = \alpha$  kerületi szög révén  $D'KC' \sphericalangle = 2\alpha$ . Legyen  $AK = KB = 1$ , így  $OC = OA = \sqrt{2}$ . A  $KC'D'$  körcikk területe  $t(KC'D') = (1^2 \cdot \pi \cdot 2\alpha)/360 = (\pi \cdot \alpha)/180$ , az  $OCD$  körcikk területe pedig

$$t(OCD) = \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot \pi \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot \alpha}{180};$$

a két terület tehát egyenlő. Ezért (1)-ből az következik, hogy  $t(CC'D'D) = t(OKD')$ . Az  $OKD'$  háromszög területe viszont ugyanakkora, mint az  $OKM_1$  háromszögé, hiszen  $OK$  alapjuk és  $KM_1$  magasságuk is megegyezik. Eszerint a  $CC'$  határu sarló részek területe arányos az  $M_1$  pont  $K$ -tól való távolságával.

Tegyük fel ezután, hogy  $AB$ -t felosztottuk  $n$  egyenlő részre. Legyen először  $n$  páros, ekkor  $K$  is osztópont. A  $K$  ponttól  $A$  felé haladva legyenek az osztópontok  $M_1, M_2, M_3$  stb. Az előbbiek szerint a  $KM_2$  szakasz „fölötti” sarló rész területe kétszer akkora, mint a  $KM_1$  fölöttié, tehát a  $CC'$ -től számított első és második sarló rész területe egyenlő. Hasonlóan láthatjuk be a további sarló részek területének egyenlőségét. Ha  $n$  páratlan, akkor  $2n$  egyenlő részre osztással az előbbi gondolatmenet szerint  $2n$  egyenlő területű sarló részt kapunk, és ezeket  $A$ -ból indulva kettesével egybefoglalva kapunk  $n$  egyenlő területű sarló részt.