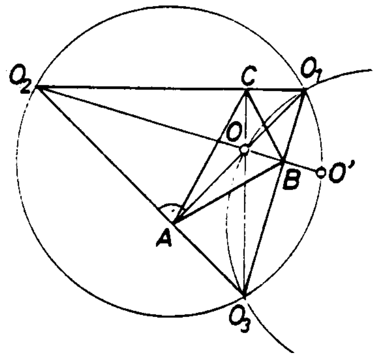
**I. megoldás.** A háromszög egyik csúcsához tartozó külső és belső szögfelezők merőlegesek egymásra. Ezért az $O_1$, $O_2$, $O_3$ háromszög magasságpontja $O$.




Ismeretes, hogy a háromszög magasságpontjának az oldalakra vonatkozó tükörképe a körülírt körön van. Így az $O_1$, $O_2$, $O_3$ háromszög $O$ magasságpontjának az $O_1O_3$ oldalra vonatkozó tükörképe a körülírt körön lesz, ábránkon ez az $O'$ pont. Ha ezt a kört pl. $O_1O_3$-ra tükrözzük, a tükörkép kör átmegy az $O$ ponton. Ez azt jelenti, hogy az $O_1O_2O_3$ háromszög és az $OO_1O_3$ háromszög körülírt köre egymás tükörképei az $O_1O_3$ egyenesre, és így a sugaruk is egyenlő. Hasonlóan megmutathatjuk, hogy az $OO_2O_3$ és $OO_1O_2$ háromszögek körülírt körének sugara ugyanakkora, mint az $O_1O_2O_3$ háromszögé.

*Wiener Gábor* (Bp. I. István Gimn. IV. o. t.) dolgozata alapján

**II. megoldás.** A háromszög egyik csúcsához tartozó külső és belső szögfelezők merőlegesek egymásra. Ezért az $O_1O_2O_3$ háromszögben a magasságok talppontja $A$, $B$, elletve $C$. Minthogy az $OO_1O_2$, $OO_1O_3$ és $OO_2O_3$ háromszögekben is $A$, $B$ és $C$ a magasságvonalak talppontja, az említett háromszögek Feuerbach köre ugyanaz, éspedig az $A$, $B$, $C$ pontokon átmenő kör. Mivel egy háromszög köré írt kör sugara a Feuerbach-kör sugarának kétszerese, az $O$, $O_1$, $O_2$, $O_3$ pontok közül bármelyik három köré írt kör sugara is ennyi.

*Ratkó Éva* (Bp. Berzsenyi D. Gimn. III. o. t.) dolgozata nyomán