Csak akkor, ha $a = b = 1$.

Tegyük fel, hogy

$$ab|a^2 + b^2 - a - b + 1, \quad a \leqq b, \quad b > 1 \quad \text{és} \quad a + b$$ a lehető legkisebb. Nyilván $a \neq 1$, mert $a = 1$ esetén

$$b|1 + b^2 - 1 - b + 1 = b^2 - b + 1.$$

Innen $b|1$ következik, de föltettük, hogy $b > 1$.

Legyen valamilyen pozitív egész k-ra

(1) $$a^2 + b^2 - a - b + 1 = kab.$$

Tekintsük az (1) rendezésével kapott

$x^2 - (ka+1)x + (a^2 - a + 1) = 0$ egyenletet; ennek (1) szerint b gyöke. Legyen az egyenlet másik gyöke c. Felhasználva mindkét összefüggést a gyökök és együtthatók között azt kapjuk, hogy

$$c = (ka + 1) - b = (a^2 - a + 1)/b.$$

A c egész, mert $c = ka + 1 - b$. Másrészt $0 < c < a$, mivel

$$c = \frac{a^2 - a + 1}{b} \geqq \frac{1}{b} \quad \text{és} \quad c = \frac{a^2 - a + 1}{b} < \frac{a^2}{b} \leqq \frac{a^2}{a} = a.$$

Tehát $0 < c < a$ és $c^2 - (ka + 1)c + (a^2 - a + 1) = 0$, azaz $c^2 + a^2 - c - a + 1 = kca$, vagyis $ca|c^2 + a^2 - c - a + 1$. Viszont $c + b < a + b$, ami ellentmond a és b kiválasztásának. Nem léteznek tehát olyan a és b egynél nagyobb egészek, amelyekre teljesül a feladat feltétele.

Megjegyzés. A feladat és a megoldás módszere – az elsőként *Fermat* által alkalmazott ún. *végtelen leszállás* – közeli kapcsolatban van a 29. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia 6. feladatával (lásd KöMaL 1988/7. 298. oldal).