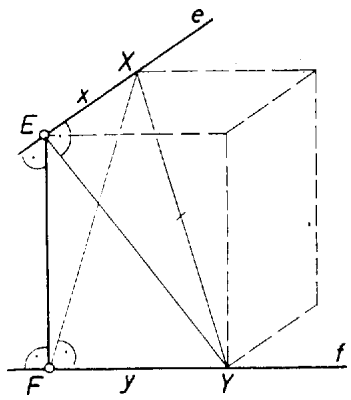
Legyen az x és y szakasz E, illetve F-től különböző végpontja X, illetve Y. Az x szakasz merőleges EF-re és f-re, ezért merőleges az EFY háromszög síkjára. Tehát a vizsgálandó tetraéder térfogata

$$V = \frac{EF \cdot y}{2} \cdot \frac{x}{3} = \frac{xy}{6} \cdot EF = \frac{EF}{6} \cdot k^2, \text{ ami valóban állandó.}$$



Az E és F pontból az XY szakasz derékszögben látszik. Ezért E és F illeszkedik az XY átmérőjű gömbre, ami így a tetraéder körülírt gömbje. A Pitagorasz tétel szerint

$$XY^2 = x^2 + EY^2 = x^2 + EF^2 + y^2,$$

ami így is írható:

$$XY^2 = (x-y)^2 + 2xy + EF^2 = (x-y)^2 + 2k^2 + EF^2;$$

ez akkor a legkisebb, ha $x - y = 0$, azaz $x = y = k$.

Megjegyzés: A tetraéder egy x, y, EF élű téglatestbe foglalható. Az ábrát ennek megfelelően készítettük. Ismeretes, hogy a tetraéder térfogata a téglatestnek $1/6$ része. A térbeli viszonyok áttekintését a téglatest megrajzolása könnyebbé teszi, a körülírt gömb átmérője ugyanis éppen a téglatest testátlója.