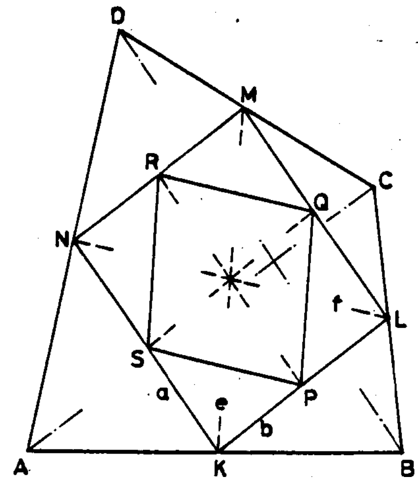
Használjuk az *ábra* jelöléseit. A $KLMN$ négyszög KL és MN oldalai az $ABCD$ négyszög AC, a másik két oldal a BD átlójával párhuzamos, ezért ez a négyszög paralelogramma. Hasonlóan paralelogramma a $PQRS$ négyszög is.



Legyen a $KLMN$ négyszög hosszabb oldala a, a rövidebb b, a hosszabb átló e, a másik f. Ezeknek a szakaszoknak a megfelelői a másik paralelogrammában: $e/2,\ f/2,\ a,\ b$. A hasonlóság feltétele az lesz, hogy az $a,\ b,\ e,\ f$ szakaszok közül bármelyik kettőnek az aránya megegyezzék az $e/2,\ f/2,\ a,\ b$ közül a megfelelő kettő arányával. Ezért pl. $a:e=\dfrac{e}{2}:a$, amiből $e=a\sqrt{2}$. A $b:f=\dfrac{f}{2}:b$ arányból pedig $f=b\sqrt{2}$. (A két feltétel nem független egymástól, hiszen minden paralelogrammában $e^2+f^2=2a^2+2b^2$.)

A keresett feltétel tehát úgy szól, hogy az első paralelogramma egyik átlója $\sqrt{2}$-szerese az egyik oldalnak. Az eredeti négyszögre a $2e=2a\sqrt{2}$ alakból $2a=e\sqrt{2}$, tehát az $ABCD$ négyszög egyik átlója $\sqrt{2}$-szerese az egyik középvonalnak és hasonló igaz a másik átlóra is.

Megjegyzés. A hasonlóság következménye, hogy $NKL\sphericalangle=RSP\sphericalangle=\alpha$, ahol α az $ABCD$ négyszög átlóinak a szöge. Az NKL háromszögből

$$\cos\alpha=\frac{a^2+b^2-f^2}{2ab}=\frac{a^2-b^2}{2ab},$$

amit 4-gyel bővítve: $\cos\alpha=\{(2a)^2-(2b)^2\}/(2\cdot 2a\cdot 2b)$, ahol $2a$ és $2b$ az eredeti négyszög átlói. Az utóbbi összefüggés a keresett feltétel egy másik alakja.

Bagyinszky Róbert (Békéscsaba, Sebes György Közg. Szki. III. o. t.)