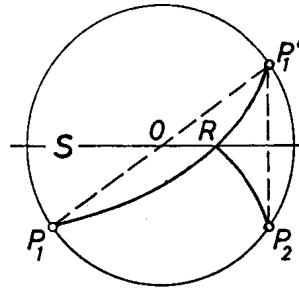
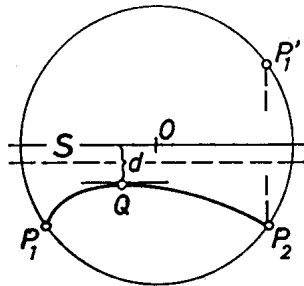


Jelölje az alma középpontját  $O$ , azt a pontot, ahol a kukac bemászott az almába  $P_1$ , azt a pontot pedig, ahol kilépett  $P_2$ . Legyen  $P_1$  tükörképe az  $O$ -ra  $P'_1$  (nyilván nem azonos  $P_2$ -vel), a  $P'_1P_2$  szakasz felező merőleges síkját pedig jelöljük  $S$ -sel. Mivel  $P'_1P_2$  a gömb egy húrja,  $S$  illeszkedik az  $O$  pontra. Megmutatjuk, hogy a kukacnak nincs nyoma az  $S$  síkon. A bizonyítást indirekt úton végezzük.



( $S$ -et „élben” látjuk.)



Tegyük fel, hogy a kukac  $P_1$ -ből  $P_2$ -be vezető útjának valamely  $R$  pontja  $S$ -en van. Tükrözzük az  $R$ -ből  $P_2$ -be menő utat az  $S$  síkra: így annak a hossza nem változik. Az  $R$  és  $P_2$  közötti út tükörképe egy  $R$  és  $P'_1$  közötti út lesz, ezért a kukac útja egyenlő hosszú egy olyan úttal, amely  $P_1$ -ből  $P'_1$ -be vezet. Az ilyen utak hossza legalább 62 mm, ami ellentmond annak, hogy a kukac útja 61 mm. A feltételezett  $R$  pont tehát nem létezhet.

Most tekintsük a kukac útjának egy olyan pontját,  $Q$ -t, amely legközelebb van  $S$ -hez. Legyen ennek a pontnak  $S$ -től való távolsága  $d$ . Toljuk el  $S$ -et önmagával párhuzamosan, a tekintett ponthoz közelítve  $\frac{d}{2}$ -vel. Az így kapott,  $S$ -sel párhuzamos  $S'$  sík két különböző nagyságú darabra vágja el az almát, és a nagyobbik részben nem lesz nyoma a kukacnak.

*Imreh Csanád (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o. t.)*