Megoldás. Legyen p/q az az 1001-nél kisebb pozitív egész nevezőjű tört, amelynek a legkisebb az eltérése 123/1001-től. Mivel 123 és 1001 relatív prímek, ez utóbbi tört nem egyszerűsíthető, s így

$$\left|\frac{123}{1001}-\frac{p}{q}\right|=\left|\frac{123q-1001p}{1001q}\right|=\delta$$

nem lehet nulla. Az utóbbi tört számlálója egész, így – nem lévén nulla – legalább 1.
Két esetet különböztetünk meg:

1. eset. $|123q-1001p|\geq 2$. Ekkor az $1\leq q\leq 1000$ feltétel miatt a δ eltérés legalább $2/(1001q)\geq 1/(1001\cdot 500)$.

2. eset. $|123q-1001p|=1$. Ez kétféleképpen teljesülhet:

a) $123q-1001p=1$. Itt q és p pozitív egész szám és $q\leq 1000$, ezért $1001p=123q-1\leq 122\,999$, s így $p\leq 122$ Azt is látjuk, hogy p nem osztható hárommal, mert különben a bal oldal osztható volna hárommal, a jobb oldal viszont 1. Így p-re 82 lehetőség marad, ezeket végigpróbálva egyedül $p=94$ esetén adódik q-ra is egész szám: $q=765$. Ebben az esetben tehát a p/q tört csakis 94/765 lehet, s az eltérése 123/1001-től $\delta=1/(1001{\cdot}765)$.

b) $123q-1001p=-1$. Ezúttal $q\leq 1000$ miatt $1001p=123q+1\leq 123\,001$, s így p megint legfeljebb 122 lehet, és most sem osztható hárommal. Ez megint 82 lehetőség, amelyeket végigpróbálva csak $p=29$ esetén kapunk egészet q-ra: $q=236$. A $p/q=29/236$ tört eltérése 123/1001-től $1/(1001{\cdot}236)$.

Az összes eshetőséget végigvizsgálva a legkisebb eltérés a $2a$) esetben, tehát $p/q=94/765$ esetén adódik, így az 1001-nél kisebb pozitív egész nevezőjű törtek közül ennek a törtnek a legkisebb az eltérése a 123/1001-től.

Megjegyzés. A $123q-1001p=1$, illetve -1 ún. diophantikus egyenlet általános megoldásával is nyilvánvalóan el lehet jutni a feladat megoldásához. De ahhoz is szükség van egy konkrét megoldás megtalálására, ami a fent leírt módon történhet, vagy szükség van az 1001/123 tört lánctörtbe fejtésére:

$$\frac{1001}{123}=8+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{4}}}.$$

Ebből a megoldás az utolsó tört elhagyásával kapható: a $8+\frac{1}{7+\frac{1}{4}}=236/29$ tört nevezőjét p_0-nak, számlálóját q_0-nak választva a $p=123r+p_0$ és $q=1001r+q_0$, illetve a $p=123r-p_0$ és $q=1001r-q_0$ adják a két egyenlet általános megoldását.