I. megoldás. Két esetet különböztetünk meg.

1. *eset*: Mindhárom szám egyező előjelű. Nyilván elég azzal az alesettel foglalkozni, ha mindegyikük pozitív. Ekkor x, y, $z \geqq 2$, s így

$$|xyz+2(x+y+z)| = xyz+2(x+y+z) \geqq 8+2(2+2+2)=20.$$

2. eset: Két szám előjele ellenkezője a harmadik előjelének. Itt is elég csak azzal az alesettel foglalkozni, ha kettő negatív, egy pozitív; pl. x, $y<0$, $z \geqq 2$. Ekkor $xy>0$, tehát $xyz \geqq 2xy$ és $2(x+y+z) \geqq 2(x+y)+4$, így

$$xyz+2(x+y+z) > 2xy+2(x+y)+4 = 2(x+1)\cdot(y+1)+2.$$

Itt $x \leqq -2$ és $y \leqq -2$, ezért $x+1 \leqq -1$ és $y+1 \leqq -1$. Ebből következik, hogy $(x+1)(y+1) \geqq 1$, és

$$xyz+2(x+y+z) \geqq 2(x+1)(y+1)+2 \geqq 2+2=4.$$

Egyenlőség akkor van, ha $x=-2$, $y=-2$ és $z=2$.

Azt kaptuk tehát, hogy az $|xyz+2(x+y+z)|$ kifejezés minimális értéke 4, és ezt az értéket pontosan akkor éri e1, ha mindhárom szám abszolút értéke 2, és a számok között pozitív és negatív egyaránt előfordul.

II. megoldás. Most is csak arra a két esetre szorítkozunk, ha x, y, $z>0$ vagy x, $y<0$ és $z>0$. Az első esetben a kifejezés értéke legalább 20. A második esetben legyen $x=-2-a$, $y=-2-b$, $z=2+c$, $(a, b, c \geqq 0)$. Ekkor

$$\begin{aligned} xyz+2(x+y+z) &= (-2-a)(-2-b)(2+c)+2((-2-a)+(-2-b)+(2+c)) = \\ &= 8+4a+4b+4c+2ab+2ac+2bc+abc+2(c-a-b-2) = \\ &= 4+2a+2b+6c+2ab+2ac+2bc+abc \geqq 4, \end{aligned}$$

(hiszen a, b, $c \geqq 0$), és egyenlőség csak $a=b=c=0$ esetén van, vagyis ha x, y és z közül kettőnek az értéke 2 és egyé -2, vagy fordítva.

Kórász Tamás (Szeged, Radnóti Miklós Gimn., III. o. t.)