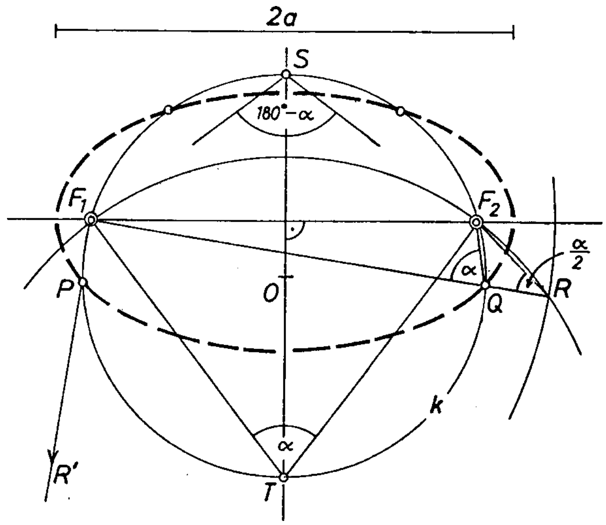
Megoldás. Keressük először a kör és az ellipszis közös pontjait az F_1F_2 egyenesnek abban a félsíkjában, amelyben a kör O középpontja is van.



Használjuk az *ábra* jelöléseit. Tegyük fel, hogy Q egy közös pont. Mérjük fel F_1-ből az F_1Q vezérsugárra a nagytengely $2a$ hosszúságát; ezzel $F_1R = 2a$. Minthogy ekkor $QR = QF_2$ (hiszen $F_1Q + QF_2 = 2a$ az ellipszis definíciója alapján teljesül), a QRF_2 háromszög egyenlő szárú, és így F_2-nél és R-nél lévő szöge $\frac{\alpha}{2}$, a Q-nál lévő kerületi szögnek a fele. Rajzoljunk T körül $TF_1 = TF_2$ sugarú kört. Ennek a körnek az F_1F_2 húrhoz tartozó középponti szöge α, ez a kör tehát átmegy az R ponton. Ezért a szerkesztést úgy végezhetjük el, hogy megrajzoljuk a T középpontú, TF_2 sugarú kört, és ezt elmetsszük az F_1 középpontú, $2a$ sugarú körrel. A kapott R és R' metszéspontokat F_1-gyel összekötve megkapjuk a kör és az ellipszis Q, illetve P metszéspontját.

Ugyanilyen szerkesztéssel, az adott körben S-nél lévő $180° - \alpha$ kerületi szöggel kaphatjuk meg az F_1F_2 egyenes másik félsíkjában lévő közös pontokat.

A metszéspontok száma bármelyik félsíkban 0, 1 vagy 2 lehet, aszerint, hogy milyen az R pontra illeszkedő körök kölcsönös helyzete. A diszkussziót analitikusan is megfogalmazhatjuk a következőképpen: Az F_1RF_2 háromszögnek ismerjük két oldalát és a kisebbikkel szemközti szögét. Ezekből az adatokból a háromszög megszerkeszthető, és a megoldhatóság feltétele:

$$2a \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \leqq F_1F_2,$$

és természetesen $F_1F_2 < 2a$.

Ha $2a \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = F_1F_2$, akkor F_1R a T pontban metszi az adott kört, és egy közös pont lesz. Hasonló feltétel adható az F_1F_2 másik félsíkjában lévő közös pontokra.

Kálmán Tamás (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)