Legyen az n db kis négyzet oldala rendre $a_1, a_2, \ldots, a_n$ hosszúságú. Ekkor a négyzetek területösszege, $a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2$ legfeljebb a nagy négyzet területét adja, mert a kis négyzeteknek nincs közös belső pontjuk. Így $a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2 \leq 1$. A számtani és négyzetes közép közötti egyenlőtlenség szerint

$$a_1+a_2\ldots+a_n \leq n\sqrt{\frac{a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2}{n}} \leq \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n},$$

s itt a bal oldalon éppen a kis négyzetek oldalhosszának összege áll. A feladat első állítását ezzel bebizonyítottuk.

Legyen a kis kockák éle rendre $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Ekkor az előzőekhez hasonlóan azt kapjuk, hogy $b_1^3+b_2^3+\ldots+b_n^3 \leq 1$, és ezúttal a számtani és a harmadik hatványközép közötti összefüggés alapján

$$b_1+b_2+\ldots+b_n \leq n\sqrt[3]{\frac{b_1^3+b_2^3+\ldots+b_n^3}{n}} \leq \frac{n}{\sqrt[3]{n}} = n^{2/3}.$$

Itt a bal oldalon ismét a kis kockák éleinek összege áll. Ezzel a feladat második részét is beláttuk.

Mindkét esetben csak akkor van egyenlőség, ha a négyzetet $n=k^2$ db $1/k$ oldalú kis négyzetre, ill, a kockát $n=k^3$ db $1/k$ élű kis kockára bontjuk.

Harcos Gergely (Bp., ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., III. o. t.)