Az első egyenletből következik, hogy $\log_3 abc = 0$, azaz $abc = 1$, valamint az is, hogy a, b, c pozitív. Megmutatjuk, hogy minden ilyen a, b, c-re

$$3^{3^a} + 3^{3^b} + 3^{3^c} \geqq 81, \tag{1}$$

és egyenlőség csak $a = b = c$ esetén áll. A számtani és mértani közép közti egyenlőtlenség szerint, $a+b+c = d$ jelöléssel

$$\frac{3^{3^a} + 3^{3^b} + 3^{3^c}}{3} \geqq \sqrt[3]{3^{3^a} \cdot 3^{3^b} \cdot 3^{3^c}} = 3^{(3^a+3^b+3^c)/3} \geqq$$

$$\geqq 3^{\sqrt[3]{3^a \cdot 3^b \cdot 3^c}} = 3^{\sqrt[3]{3^{a+b+c}}} = 3^{3^{\frac{d}{3}}}.$$

(A második egyenlőtlenségnél kihasználtuk, hogy ha az x kitevő csökken, akkor 3^x is csökken.) Végül

$$\frac{d}{3} = \frac{a+b+c}{3} \geqq \sqrt[3]{abc} = 1, \text{ tehát } 3^{3^{d/3}} \geqq 3^3 = 27.$$

Ezzel azt kaptuk, hogy $(3^{3^a} + 3^{3^b} + 3^{3^c})/3 \geqq 27$, ahonnan (1) következik. Ha végignézzük az egyenlőtlenségeket, mindig a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenséget, valamint az $x \mapsto 3^x$ függvény (szigorú) monotonitását használtuk, tehát mindenütt akkor van egyenlőség, ha $a = b = c$, s az $abc = 1$ feltevés szerint ekkor $a = b = c = 1$. Ez az egyenlet egyetlen és valóban jó megoldása.

Harcos Gergely (Bp., ELTE Apáczai Csere J. Gimn., III. o. t.)