I. megoldás. Minthogy $\sqrt[4]{32}=2\sqrt[4]{2}$, először ezt próbáljuk átalakítani, hogy csak $\sqrt{2}$-es tagok maradjanak:

$$\frac{1}{1+\sqrt[4]{32}-5\sqrt{2}}=\frac{1-5\sqrt{2}-\sqrt[4]{32}}{(1-5\sqrt{2})^2-\sqrt{32}}=\frac{1-5\sqrt{2}-\sqrt[4]{32}}{51-14\sqrt{2}}.$$

Most már könnyen gyökteleníthetjük a nevezőt, ha $51+14\sqrt{2}$-vel bővítjük a törtet. Így

$$\frac{1}{1+\sqrt[4]{32}-5\sqrt{2}}=\frac{(1-5\sqrt{2}-\sqrt[4]{32})(51+14\sqrt{2})}{51^2-2\cdot 196}=\frac{(51+14\sqrt{2})(1-5\sqrt{2}-\sqrt[4]{32})}{2209}.$$

Majthényi Ágnes (Győr, Révai M. Gimn, III o. t)

II. megoldás. A tört nevezője $a+b\sqrt[4]{2}+c(\sqrt[4]{2})^2+d(\sqrt[4]{2})^3$ alakú, hiszen $1+\sqrt[4]{32}-5\sqrt{2}=1+2\sqrt[4]{2}-5(\sqrt[4]{2})^2$. Képzeljük el, hogy sikerült a törtet gyökteleníteni. Nyilván mindig ilyen alakú számot kapunk. Keressünk tehát olyan a, b, c, d racionális számokat, amelyekre

$$\big(a+b\sqrt[4]{2}+c(\sqrt[4]{2})^2+d(\sqrt[4]{2})^3\big)\big(1+2\sqrt[4]{2}-5(\sqrt[4]{2})^2\big)=1.$$

Az összeszorzás után $\sqrt[4]{2}$ együtthatója $b+2a-10d$, $(\sqrt[4]{2})^2=\sqrt{2}$ együtthatója $2b+c-5a$, $(\sqrt[4]{2})^3$ együtthatója $d-2c-5b$ lesz, míg a „racionális rész” $a-10\,c-4d$. Ha tehát találunk olyan a, b, c, d racionális számokat, amelyekre

$$\begin{aligned}
2a+b-10d&=0,\\
-5a+2b+c&=0,\\
-5b+2c+d&=0,\\
a-10c+4d&=1,
\end{aligned}$$

akkor megoldottuk a feladatot. Valamelyik ismert egyenletrendszer-megoldási módszerrel megoldva az egyenletet $a=\dfrac{-89}{2209}$, $b=\dfrac{-102}{2209}$, $c=\dfrac{-241}{2209}$, $d=\dfrac{-28}{2209}$
adódik megoldásnak. Tehát $\dfrac{1}{1+\sqrt[4]{32}-5\sqrt{2}}=-\dfrac{89+102\sqrt[4]{2}+241\sqrt{2}+28\sqrt[4]{8}}{2209}$.

Czikó András (Kisvárda, Bessenyei Gy. Gimn, IV o. t.)