Azt kell belátnunk, hogy

$$\frac{1}{2,2} \geqq \frac{r}{R}, \tag{1}$$

Jelöljük a harmadik oldalt c-vel, és használjuk fel a háromszög területének kiszámítására vonatkozó

$$t = r \cdot s = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \quad \text{formulákat, valamint a}$$

Heron-képletet:

$$\frac{r}{R} = \frac{\frac{t}{s}}{\frac{a \cdot b \cdot c}{4t}} = \frac{4t^2}{a \cdot b \cdot c \cdot s} = \frac{4(s-a)(s-b)(s-c)}{a \cdot b \cdot c} = \frac{(c-5)(c+5)(27-c)}{2 \cdot 16 \cdot 11 \cdot c}.$$

Ezzel (1) a következőképpen alakul:

$$\frac{5}{11} \geqq \frac{(c^2-25)(27-c)}{32 \cdot 11 \cdot c}.$$

Az egyenlőtlenséget rendezve azt kell megmutatnunk, hogy

$$c^3 - 27c^2 + 135c + 675 \geqq 0, \quad \text{azaz}$$

$$(c-15)^2(c+3) \geqq 0, \tag{2}$$

ami már nyilvánvaló.

Azt is láthatjuk, hogy egyenlőség csak $c = 15$ esetén lehet. A háromszög-egyenlőtlenség szerint: $16-11 < c < 16+11$, tehát a háromszög pontosan akkor létezik, ha $5 < c < 27$.

Mivel átalakításaink megfordíthatóak, (2) ekvivalens (1)-gyel, így a feladat állítását igazoltuk.

Megjegyzés. A megoldások egy része feleslegesen sok számolást tartalmaz. Mint a fenti megoldás mutatja, nincs szükség deriválásra sem. Viszont szokás megállapítani, mikor áll fenn egyenlőség. Akik ezt elmulasztották csak 4 pontot kaptak.