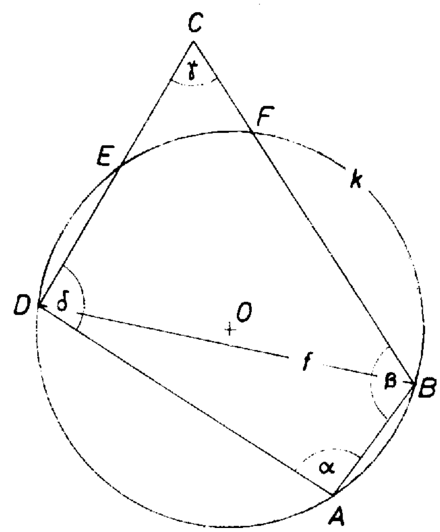
Legyenek a megszerkesztendő négyszög csúcsai A, B, C és D, a szögei α, β, γ és δ, az AC átló e, a BD átló pedig f. Föltesszük tehát, hogy a szögek és az átlók sorrendje rögzített. Ha ez nem így lenne, az alább leírt megoldáshoz hasonlóan további 5 esetet kellene még tekintenünk.

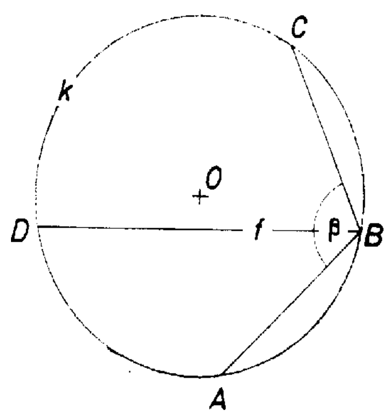


1. ábra

Tegyük fel először, hogy a konvex négyszög nem húrnégyszög. Ekkor van két olyan szemközti szöge, amelyek összege kevesebb, mint 180°. Válasszuk meg úgy a jelölést, hogy $\alpha+\gamma<180^\circ$ legyen. Az 1. ábrán megrajzoltuk az ABD háromszög köré írható k kört. Mivel $\alpha+\gamma<180^\circ$, ez a kör a CD és a CB szakaszt egy-egy belső pontjában metszi, legyenek ezek E és F. A k kört az α szög és az f átló egyértelműen meghatározza, ezért ismerjük az AE és AF szakasz hosszát is, mint a k körben a δ, illetve β kerületi szöghöz tartozó húrt.

A szerkesztés tehát a következőképpen végezhető: Megszerkesztjük a k kört, és a kerületén felvesszük az A, majd az E és F pontokat. Ezután megszerkesztjük EF-hez az EF egyenes A-t nem tartalmazó félsíkjában a γ szögű látókörívet, és ezt elmetsszük az A középpontú e sugarú körrel. Így megkaptuk a C pontot, CE és CF pedig kimetszi k-ból D-t és B-t.

A k szerkesztése egyértelmű, és A tetszőlegesen fölvehető a k körön. Felhasználva, hogy $\alpha+\beta+\gamma+\delta=360^\circ$, E-re pontosan két lehetőség van – hiszen δ konvex –, de elegendő az egyiket tekinteni, mert E kétféle helyzete az A-ból húzható átmérőre szimmetrikus. Az F számára hasonlóan két lehetőség van, mint E-re. Ezért E tekintett helyzetéhez F lehetőségei szerint egy-, vagy kétféle folytatás lehetséges. Az EF fölötti γ szögű látókörívet az A középpontú e sugarú kör legfeljebb két pontban metszheti, ezért a feladatnak 4, 2, 1 vagy 0 megoldása lehetséges.



2. ábra

Legyen ezután $\alpha+\gamma=\beta+\delta$. Az α és f adatok most is meghatározzák a k kört. Vegyük fel a 2. ábra szerint a B csúcsnál a β szöget. Messék ennek szárai a k kört az A és C pontokban. A feladat megoldható, ha most $AC=e$, és mivel β konvex szög, végtelen sok megoldása van.

Szendrői Balázs (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzések. Megoldóink egy része trigonometriai eszközökkel kiszámított olyan adatot, amely körzővel és vonalzóval megszerkeszthető, és amely kulcsa lehet a feladat megoldásának. Ezek között a megoldók között volt olyan

– pl. Benkő Dávid – aki az adatok közötti egyenlőtlenségekkel is megfogalmazta a megoldhatóság feltételeit, illetve megállapította a megoldások számát. Ezek a számítások azonban olyan bonyolultak, hogy a belőlük nyert feltételek gyakorlatilag aligha használhatók. Ezért elégedtünk meg a fenti igen szép megoldásban a kevésbé korrektnek látszó kvalitatív diszkusszióval.