

Az egyenletnek csak  $x \geq \frac{3}{4}$  esetén lehet megoldása. Tekintsük az

$$f(x) = \sqrt{-3 + 4x}$$

függvényt. Ez a függvény  $x \geq \frac{3}{4}$  esetén értelmes és szigorúan monoton nő. A feladat egyenlete

$$x = f(f(f(x)))$$

alakba írható. Ha  $x > f(x)$ , akkor  $f$  szigorú monotonitása miatt  $f(x) > f(f(x))$  és  $f(f(x)) > f(f(f(x)))$ , tehát  $x > f(x) > f(f(x)) > f(f(f(x)))$ . Ilyen  $x$  tehát nem lehet megoldása az egyenletnek. Hasonlóan látható, hogy  $x$  akkor sem megoldása az egyenletnek, ha  $x < f(x)$ .

Marad az az eset, ha  $x = f(x)$ , azaz  $x = \sqrt{-3 + 4x}$ . Ekkor négyzetre emelés és rendezés után  $0 = x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$ , tehát két lehetséges gyököt kapunk:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 3.$$

Behelyettesítéssel ellenőrizhető, hogy ezek valóban megoldásai az egyenletnek.

*Peták Attila* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)