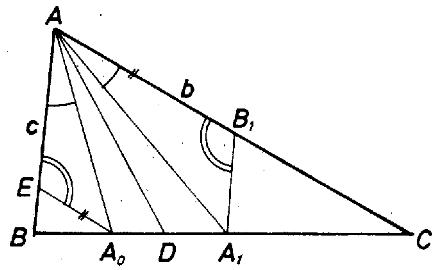
a) Legyen az a oldal felezőpontja A_1, a b oldal felezőpontja B_1, az AA_1 súlyvonal AD szögfelezőre vonatkozó tükörképének és az a oldalnak a metszéspontja pedig A_0. A további jelöléseket az ábrán találjuk.



A $\dfrac{BA_0}{A_0C}$ arányt akarjuk meghatározni. Az A_0 ponton át AC-vel húzott párhuzamos a c oldalt az E pontban metszi. Az A_1B_1 és az AB szakaszok párhuzamosak, ezért az ábrán két ívvel jelölt szögek egyenlőek. Az AD szögfelezőre vonatkozó szimmetria révén az egy ívvel jelölt szögek is egyenlők. Ezért az AEA_0 és az AB_1A_1 háromszögek hasonlóak,

$$\frac{A_0E}{EA} = \frac{A_1B_1}{B_1A}.$$

Ezt így is írhatjuk:

$$\frac{A_0E}{c-EB} = \frac{A_1B_1}{B_1A} = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{b}{2}} = \frac{c}{b}. \tag{1}$$

Könnyen látható, hogy EBA_0 és az eredeti ABC háromszög hasonló és ezért

$$\frac{A_0E}{BA_0} = \frac{b}{a} \quad \text{és} \quad \frac{EB}{BA_0} = \frac{c}{a}.$$

Ebből a két egyenlőségből A_0E-t és EB-t kifejezve, majd (1)-be helyettesítve:

$$\frac{BA_0 \cdot \frac{b}{a}}{c - BA_0 \cdot \frac{c}{a}} = \frac{c}{b},$$

amelyből

$$\frac{BA_0}{a-BA_0} = \frac{c^2}{b^2},$$

vagyis

$$\frac{BA_0}{A_0C} = \frac{c^2}{b^2}.$$

A feladat első kérdésére tehát azt felelhetjük, hogy egy tükörkép a szemközti oldalt a csúcsból kiinduló oldalak négyzetének arányában osztja.

b) A feladat második kérdésére igenlő a válasz. Világos ugyanis, hogy A_0 és a hasonló szerepű B_0, illetve C_0 a háromszög oldalainak belső pontjai, továbbá az a)részben látott eredmény alapján:

$$\frac{BA_0}{A_0C} \cdot \frac{CB_0}{B_0A} \cdot \frac{AC_0}{C_0B} = \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{a^2}{c^2} \cdot \frac{b^2}{a^2} = 1,$$

ebből pedig a Ceva-tétel megfordítása szerint az következik, hogy a három egyenes egy ponton megy keresztül.