Ismeretes, hogy ha egy konvex poliéder csúcsainak, lapjainak, illetve éleinek száma rendre c, l, e, akkor

$$c + l = e + 2. \tag{1}$$

(Ez Euler poliédertétele, bizonyítása megtalálható pl. a fakultatív B tantervű gimnáziumi IV. osztályos matematika tankönyvben.)

Legyen a poliéder háromszög-lapjainak száma l_3, négyszög- lapjainak száma l_4 és így tovább. Mivel minden él pontosan két lapra illeszkedik, ezért

$$2e = 3l_3 + 4l_4 + 5l_5 + \ldots \geqq 3l_3 + 3l_4 + 3l_5 + \ldots = 3l,$$

így

$$2e \geqq 3l. \tag{2}$$

Esetünkben $c = n$, ezért (1) és (2) alapján

$$n + \frac{2e}{3} \geqq e + 2, \quad \text{amelyből}$$
$$3n - 6 \geqq e.$$

Ez azt jelenti, hogy az élek száma legfeljebb $3n - 6$ lehet.

Könnyen belátható, hogy létezik $3n - 6$ élű konvex poliéder. Tekintsünk ugyanis két olyan szabályos gúlát, amelyek egybevágóak, és alaplapjuk $n - 2$ oldalú konvex sokszög. A két gúlát alaplapjával összeillesztve olyan n csúcsú konvex poliédert kapunk, amelynek $3n - 6$ éle van.

Podoski Károly (Bp., Árpád Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján