Érintse a tetraéder beírt gömbje a BCD lapot a G, az ACD lapot a H pontban. Használjuk az ábra további jelöléseit is. Mivel egy külső pontból a gömbhöz húzott érintőszakaszok egyenlőek,

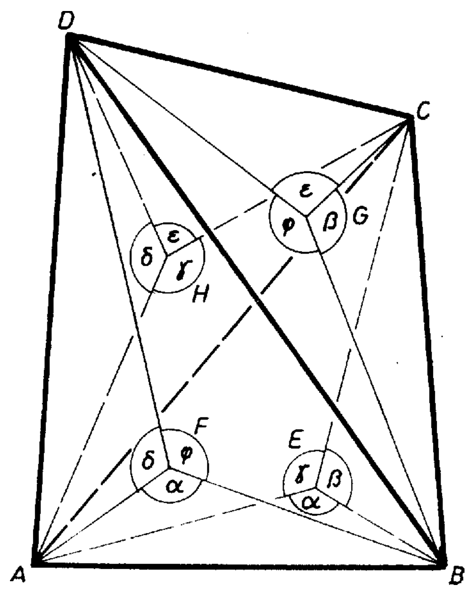
$$AE = AF \qquad \text{és} \qquad BE = BF.$$

Ezért az ABE és ABF háromszögek egybevágók, hiszen oldalaik páronként egyenlők. Ebből következik, hogy $AEB\sphericalangle = AFB\sphericalangle$; ezeket a szögeket az ábrán α-val jelöltük.

Ugyanígy megmutathatók a következő egybevágóságok:

$$\begin{gathered} BCE\,\triangle \cong BCG\,\triangle \\ ACE\,\triangle \cong ACH\,\triangle \\ ADF\,\triangle \cong ADH\,\triangle \\ CDG\,\triangle \cong CDH\,\triangle \\ BDF\,\triangle \cong BDG\,\triangle \end{gathered}$$

és ezekből az egybevágóságokból adódik az ábrán azonos betűvel jelölt szögek egyenlősége.



Az E, F, G és H érintési pontok mindegyike a tetraéder egy-egy lapjának belső pontja, ezért

$$\begin{gathered} \alpha + \beta + \gamma = 2\pi \\ \beta + \varphi + \varepsilon = 2\pi \\ \gamma + \delta + \varepsilon = 2\pi \\ \alpha + \delta + \varphi = 2\pi. \end{gathered}$$

Az első két egyenletből

$$\alpha + \gamma = \varphi + \varepsilon,$$

a másik két egyenletből pedig

$$\alpha + \varphi = \gamma + \varepsilon.$$

E két utóbbi egyenletből

$$\gamma = \varphi, \quad \text{azaz} \quad AEC\sphericalangle = BFD\sphericalangle.$$

Ezt kellett bizonyítanunk.