I. megoldás. Legyen az öt szám $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$. Tekintsük az összes olyan $a_i,\ a_j$ párt, amelyek a_i+a_j összege racionális. Valamennyi ilyen racionális összeget tört alakba írva, legyen ezek egyik közös nevezője N. (Ha egyáltalán nincs racionális összeg, akkor legyen $N=1$.) Az Na_i számok közül bármelyik kettő összege vagy irracionális, vagy pedig egész. Mivel mindegyik Na_i irracionális, ezért Na_i tört része nem 0 és nem 1/2; osszuk két csoportba ezeket a számokat aszerint, hogy törtrészük 1/2-nél kisebb, ill. nagyobb. Valamelyik csoportba legalább három szám esik, és ezek közül semelyik kettő összege sem egész, következésképpen közülük bármelyik kettő összege irracionális.

Megjegyzés. A fenti megoldással általánosabban az is belátható, hogy m darab irracionális szám között mindig van legalább $\left[\dfrac{m+1}{2}\right]$ olyan, amelyek közül akármelyik két szám összege irracionális. Az $\left[\dfrac{m+1}{2}\right]$ korlát általában nem növelhető; legyen ui. $m=2n$, a pedig tetszőleges irracionális szám; ekkor $a,\ -a,\ 2a,\ 2a,\ 3a,\ -3a,\ \dots,\ na,\ -na$ irracionálisak, és közülük $\left[\dfrac{m+1}{2}\right]=n$-nél többet kiválasztva, valamelyik összeg biztosan nulla.

II. megoldás. Tekintsük azt a gráfot, amelynek csúcsai az $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_m$ irracionális számok, és a_i akkor van a_j-vel összekötve, ha a_i+a_j racionális. Megmutatjuk, hogy így páros gráfhoz jutunk, azaz a gráf csúcsai két osztályba sorolhatók úgy, hogy azonos osztályba lévő csúcsok ne legyenek összekötve. Mivel az egyik osztályba legalább $\left[\dfrac{m+1}{2}\right]$ darab csúcs esik, ezért (általánosított) feladatunk állítása már nyilvánvalóan következni fog. Az F. 2670. feladat megoldásához fűzött megjegyzésben (lásd 1988/7. számunk 303. oldalán) utaltunk arra a megoldásban igazolt tényre, hogy egy gráf páros, ha nincs benne páratlan sok csúcsot tartalmazó kör. Tegyük fel tehát, hogy ilyen kör mégis létezik a gráfban, azaz pl. $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_{2k+1}$ ebben a sorrendben kört alkot. Ez azt jelenti, hogy $a_1+a_2,\ a_2+a_3,\ \dots,\ a_{2k}+a_{2k+1},\ a_{2k+1}+a_1$ valamennyien racionális számok; ekkor azonban

$$a_1=\frac{1}{2}\Big((a_1+a_2)-(a_2+a_3)+(a_3+a_4)-+\ldots-(a_{2k}+a_{2k+1})+(a_{2k+1}+a_1)\Big)$$

is racionális, ami ellentmondás.