

A feladatban x , y és z szerepe ciklikusan szimmetrikus, azaz x helyébe y -t, y helyébe z -t, z helyébe pedig x -et írva az egyenletrendszer ugyanaz marad. Feltéhetjük tehát, hogy a három ismeretlen közül y a (nagyság szerinti) középső, így $x \leq y \leq z$ vagy $x \geq y \geq z$. A legnagyobb ismeretlen nem lehet 1-nél kisebb, hiszen három, 1-nél kisebb szám pozitív kitevőjű hatványainak összege 3-nál kisebb. Hasonlóan látható be az is, hogy a legkisebb ismeretlen értéke nem lehet 1-nél nagyobb. A két megkülönböztetendő esetben ezért $x \leq 1 \leq z$, ill. $x \geq 1 \geq z$.

Az első és a második egyenlet bal oldalának egyenlőségéből

$$(1) \quad y - 1 = \frac{1}{y}((x^3 - x) + (z^2 - z^3))$$

adódik, míg az első és a harmadik egyenletből

$$(2) \quad y - 1 = \frac{1}{y^2}((x - x^2) + (z^3 - z)).$$

Az első esetben (1) jobb oldalán két nempozitív szám összege áll, (2) jobb oldalán pedig két nemnegatív számnak az összege; így $y - 1 = 0$, azaz $y = 1$. Ugyanezt kapjuk a második esetben is, mivel ekkor (1) jobb oldala nem negatív, (2) jobb oldala pedig nem pozitív. Az egyenletrendszer első két egyenletébe $y = 1$ -et beírva:

$$x + z^3 = 2 = x^3 + z^2,$$

így

$$x - x^3 = z^2 - z^3.$$

Az első esetben ezért

$$0 \leq x - x^3 = z^2 - z^3 \leq 0,$$

vagyis mindenképpen $x - x^3 = z^2 - z^3 = 0$, azaz $x = 1 = z$. Az egyenletrendszer egyetlen pozitív megoldása tehát $x = y = z = 1$.