Az állítást indirekt úton bizonyítjuk. Tegyük fel, hogy nincs olyan háromszög, amelynek csúcsai és súlypontja azonos színűek. Ekkor biztosan létezik olyan ABC háromszög, amelynek minden csúcsa kék. Ha ugyanis ilyen nem lenne, akkor a síknak legfeljebb egyetlen egyenese tartalmazhatna kék pontokat, de ekkor indirekt feltevésünkkel ellentétben létezne olyan háromszög, amelynek valamennyi csúcsa és súlypontja egyaránt piros. Van tehát olyan ABC háromszög, amelynek minden csúcsa kék. Feltevésünk szerint ennek S súlypontja piros.

1988-11-371-1.eps

Nagyítsuk S-ből négyszeresére az ABC háromszöget, legyen a képháromszög $A'B'C'$. Világos, hogy az SA, SB, SC súlyvonalak képe SA', SB', SC', ezért S az $A'B'C'$ háromszögnek is súlypontja. Mivel $\frac{SA'}{SA}=4$, ezért $AA'=3\cdot AS$.

Jelölje F a BC oldal felezőpontját; $AS=\frac{2}{3}AF$, így előbbi megállapításunk szerint $AA'=3\cdot\frac{2}{3}AF=2AF$. Ez azt jelenti, hogy A az $A'BC$ háromszög súlypontja. Indirekt feltevésünk szerint A' piros, hiszen ha kék lenne, akkor az $A'BC$ háromszög csúcsai és súlypontja is kék pontok volnának. Hasonlóan megmutatható, hogy B' és C' is piros.

Így az $A'B'C'$ háromszög minden csúcsa és súlypontja is piros, ami ellentmondás.

Wolkensdorfer Péter (Székesfehérvár, József A. Gimn., IV. o. t.)