

A szóban forgó testet úgy is elkészíthetjük, hogy egy 6 cm élű K kocka egyik lapjának oldalfelező pontjait összekötjük, az így kapott négyzetre, mint alaplapra egy 6 cm magas G egyenes gúlát állítunk, végül a G oldallapjainak a síkjával levágunk a kockából egy-egy gúlát¹. A testet egy négyzet, négy egyenlő szárú háromszög és négy rombusz határolja. Nevezzük a négyzetlapot alaplapnak, a rombuszok közös pontját, a G csúcsát pedig az alappal szemközti csúcsnak.

1988-03-110-1.eps

Állítsuk egymás mellé a vizsgált test négy példányát úgy, hogy alapjaik egyesítése egy 12 cm oldalú négyzetet alkosson, ennek középpontja legyen O . Az alappal szemközti csúcsok legyenek P, Q, R, S (*ld. ábra*). Az alappal szemközti csúcs merőleges vetülete az alap középpontja, ezért a $PQRS$ négyszög egy 6 cm oldalú négyzet. A négy poliéder alaplapjának közös síkja legyen S_1 , a P, Q, R, S csúcsok síkja S_3 , a két sík középpárhuzamos síkja pedig S_2 . A kitölthetőséget külön vizsgáljuk az S_1 és S_2 , illetve az S_2 és S_3 síkok közötti rétegekben.

Vegyük figyelembe, hogy a G gúla alaplapja 45° -kal van elforgatva a K kockának ahhoz a lapjához képest, amelyre illeszkedik, tekintsük továbbá a vizsgált testet egy gúlából és egy csonkított kockából állónak.

Az S_1 és S_2 síkok közötti rétegben a négy test között éppen egy O csúcsú, és a G -vel egybevágó gúla helyezhető el, jelöljük ennek további csúcsait X, Y, Z és U -val. Az $XYZU$ négyzet a négy test alaplapjához, és egyúttal a $PQRS$ négyzethez képest is 45° -kal van elforgatva, és ezeknek a pontoknak a vetülete a csúcsok S_3 síkján éppen a $PQRS$ négyzet oldalfelező pontjai. Ezért az $XYZUPQRS$ csúcsú test a csonkított kockával egybevágó. Az S_1 síkra tett négy test közé tehát éppen elhelyezhető egy velük egybevágó, $PQRS$ alapú és O csúcsú ötödik.

A tér tehát kitölthető a 2437. sz. gyakorlatban leírt test egybevágó példányaival. A kitöltést úgy végezhetjük, hogy az S_1 síkon fölvetett 6 cm élű négyzetrács négyzeteire, mint alaplapokra helyezzük a test egy-egy példányát, és bármely négy olyan közé, amelyek alapjának van közös pontja, beállítunk egyet – fordítva. Így kitölthetjük a térnek két, egymástól 12 cm távolságra lévő párhuzamos síkja közti részét, és akkor az egész teret is.

1988-03-146-1.eps

a füzet hátsó borítóján szereplő ábra

¹Lásd a Gy. 2437. megoldását e szám 121. oldalán.