E feladat kitűzésekor, lapunk 1987/4. számában jelent meg a *Sokszögek a gömbön* című cikk. A megoldás során fölhasználjuk az ott leírtakat.

1987-11-378-1.eps

Legyenek a gömbi négyszög csúcsai A, B, C, D, a gömb középpontja pedig O. Ha az A, B, C, D pontok egy főkörön vannak, a feladat állítása nyilvánvaló, hiszen ekkor a gömbi négyszög minden szöge π. Tegyük föl ezután, hogy az A, B, C, D pontokat tartalmazó kör nem főkör, és legyen a középpontja K. Az O kezdőpontú OK félegyenes messe a gömböt P-ben. Mivel OK merőleges a négyszög csúcsait tartalmazó síkra, $\overset{\frown}{PA}=\overset{\frown}{PB}=\overset{\frown}{PC}=\overset{\frown}{PD}$. Ezért pl. a PAB gömbháromszög egyenlő szárú. Az egyenlő szárakkal szemben gömbháromszögben is egyenlő szögek vannak, amit itt abból láthatunk, hogy az OP-re illeszkedő, AB-re merőleges sík a gömbháromszög szimmetriasíkja. Így $PAB\sphericalangle=PBA\sphericalangle$. Jelöljük ezt a szöget α-val. Hasonló igaz az ábrán β, γ, δ-val jelölt szögekre. Tekintsük ezután az A-val a gömbön átellenes A' pontot. Mivel az A és D, valamint az A és P, továbbá az A és B pontokon átmenő főkörök mindegyike átmegy az A' ponton, a cikkben mondott szögdefiníció szerint a gömbi négyszög A-nál lévő szöge $\alpha+\delta$. Hasonlót mondhatunk a másik három csúcsnál lévő szögekről. Így a gömbi négyszög bármelyik két szemközti szögének összege $\alpha+\beta+\gamma+\delta$, tehát igaz a feladat állítása.