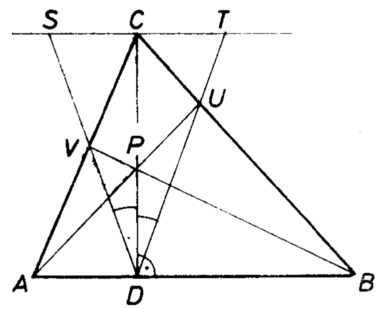
Húzzunk a C csúcson keresztül párhuzamost a szemközti AB oldallal és messe ez a DV és a DU egyeneseket az S, illetve a T pontban.



Megmutatjuk, hogy a C pont felezi az ST szakaszt. Ebből a bizonyítandó állítás már következik, ugyanis ekkor CD az egyenlő szárú TDS háromszög szimmetriatengelyeként felezi a $TDS\sphericalangle$ szöget és így egyenlő szögek pótszögeiként valóban $ADV\sphericalangle = BDU\sphericalangle$.

A CVS és az AVD háromszögek nyilván hasonlók, így $\dfrac{CS}{CV} = \dfrac{AD}{AV}$, azaz $CS = CV \cdot \dfrac{AD}{BV}$, és ugyanígy kapjuk, hogy $TC = CU\dfrac{DB}{UB}$.

A bizonyítandó $CS = TC$ egyenlőség így a $CU\dfrac{DB}{UB} = CV\dfrac{AD}{AV}$ alakot ölti, ami akkor és csak akkor igaz, ha

$$\frac{CU}{UB} \cdot \frac{DB}{AD} \cdot \frac{AV}{CV} = 1,$$

ez pedig nem más, mint *Ceva tétele* a P ponton átmenő Ceva szakaszokra. (Mivel az ABC háromszög hegyesszögű, a P belső pont, így a tétel alkalmazható.)

Megjegyzések. 1. A megoldások nagy része a Ceva-tételből kiindulva a szinusztétel többszöri alkalmazásával jutott el a bizonyítandó állításhoz. Egy másik megoldási lehetőség, ha a háromszöget egy D origójú, DC és AB tengelyű koordináta-rendszerben helyezzük el, majd felírjuk a DU és a DV egyenesek iránytangensét.

2. Ismeretes, hogy hegyesszögű háromszög magasságai felezik a talpponti háromszög szögeit. A feladat ennek a tételnek az általánosítása.

3. A megoldás során felhasznált Ceva-tétel bizonyítása megtalálható például *H. M. S. Coxeter–S. L. Greitzer:* Az újrafelfedezett geometria (Gondolat Kiadó, 1977.) c. könyvének 18–20. oldalán.