Adjunk hozzá az első két kifejezéshez x^2-et, ekkor – a szorzattá alakítás után – az

$$(x+y)(x+z)=a^2 \tag{1}$$

egyenlethez jutunk. Hasonlóan az első és harmadikhoz y^2-et, az első és negyedikhez pedig z^2-et adva az

$$(y+z)(y+x)=b^2, \tag{2}$$
$$(x+z)(y+z)=c^2 \tag{3}$$

egyenleteket kapjuk.

1.eset: $abc \neq 0$. Ekkor (1) és (2) szorzatát (3)-mal elosztva kapjuk, hogy

$$(x+y)^2=\frac{a^2b^2}{c^2},$$

és hasonlóan adódnak az

$$(x+z)^2=\frac{a^2c^2}{b^2}, \quad (y+z)^2=\frac{b^2c^2}{a^2}$$

egyenletek. (1), (2)-ből látszik, hogy $x+y$, $x+z$ és $y+z$ előjele azonos. Az ismeretlenek összegének előjele szerint tehát két lehetőség van:

$$x+y=\left|\frac{ab}{c}\right|, \quad x+z=\left|\frac{ac}{b}\right|, \quad y+z=\left|\frac{bc}{a}\right|,$$

vagy

$$x+y=-\left|\frac{ab}{c}\right|, \quad x+z=-\left|\frac{ac}{b}\right|, \quad y+z=-\left|\frac{bc}{a}\right|.$$

Ezek megoldása

$$x_1=\frac{\left|\frac{ab}{c}\right|+\left|\frac{ac}{b}\right|-\left|\frac{bc}{a}\right|}{2}, \quad y_1=\frac{\left|\frac{ab}{c}\right|-\left|\frac{ac}{b}\right|+\left|\frac{bc}{a}\right|}{2},$$
$$z_1=\frac{-\left|\frac{ab}{c}\right|+\left|\frac{ac}{b}\right|+\left|\frac{bc}{a}\right|}{2},$$

illetve $x_2=-x_1$, $y_2=-y_1$, $z_2=-z_1$.

Lépéseink megfordíthatók, így az $abc \neq 0$ esetben ezek és csak ezek az egyenletrendszer megoldásai.

2.eset: $a=b=c=0$. Ekkor $x+y$, $x+z$, $y+z$ közül legalább kettő nulla, különben (1), (2), (3) egyszerre nem teljesülhetne. Ha pl. $x+y=0=x+z$, akkor innen $y=z=-x$ következik, s az ilyen számhármasok mind kielégítik az eredeti egyenletrendszert is.

Hasonlóan kapjuk a másik két esetben az $x=y=-z$ és $x=z=-y$ megoldásokat.

3.eset: $a \neq 0$, $b=0$. Ekkor (2) miatt $y+z=0$ vagy $y+x=0$. Utóbbi azonban nem lehet, mert abból $a=0$ következne, tehát $y+z=0$. Ekkor viszont $c=0$ és $y=-z$. Most (1)-ből $a^2=x^2-y^2$, azaz $x=\pm\sqrt{a^2+y^2}$. Így az

$$x=\pm\sqrt{a^2+y^2}, \quad y \text{ tetszőleges}, \quad z=-y$$

megoldáshármasokat kapjuk, s ezek az eredeti egyenletrendszernek is megoldásai.

Hasonlóan kapjuk $a=b=0$, $c\neq 0$ esetén az x tetszőleges, $y=-x$, $z=\pm\sqrt{c^2+x^2}$ és az $a=c=0$, $b\neq 0$ esetén az x tetszőleges, $y=\pm\sqrt{b^2+x^2}$, $z=-x$ megoldáshármasokat.

Nyilvánvaló, hogy a 3. eset megoldásai tartalmazzák a 2. eset megoldásait, így a feladat megoldásai röviden a következők:

Ha $abc\neq 0$, akkor $x=x_1$, $y=y_1$, $z=z_1$ vagy $x=-x_1$, $y=-y_1$, $z=-z_1$.

Ha a, b, c közül pontosan egy nulla, akkor nincs megoldás.

Ha $a=b=0$, akkor x tetszőleges, $y=-x$ és $z=\pm\sqrt{c^2+y^2}$.

Ha $a=c=0$, akkor z tetszőleges, $x=-z$ és $y=\pm\sqrt{b^2+x^2}$.

Ha $b=c=0$, akkor y tetszőleges, $z=-y$ és $x=\pm\sqrt{a^2+z^2}$.