

Tekintsük az adott számok ezerrel való osztásakor fellépő legkisebb abszolút értékű maradékot, azaz írjuk fel a számokat  $1000q + r$  alakban, ahol  $q$  nem negatív egész, az  $r$  pedig olyan egész szám, amelyre  $-499 \leq r \leq 500$ . Ez a felírás nyilván létezik és egyértelmű.

Miután a maradékok abszolút értéke 501-féle lehet, az 502 szám között biztosan van kettő, amelyekre a fenti maradékok abszolút értéke egyenlő. Ha most maguk a maradékok is egyenlők, akkor e két szám különbsége, ha pedig ellentettek, akkor a két szám összege osztható ezerrel.

*Megjegyzés.* Hasonlóan mutatható meg, hogy ha  $k \geq 1$ , akkor  $k+2$  természetes szám között mindig található kettő, amelyek különbsége vagy összege osztható  $2k$ -val. Amint azt az  $\{1, 2, \dots, k, 2k\}$  példa mutatja,  $(k+2)$ -nél kevesebb számra az állítás nem igaz.