Tegyük fel, hogy az e_1, e_2, …, e_m egyenesek mindegyike keresztülmegy P -n és felezi az S területét. Tegyük fel azt is, hogy e_1-et P körül pozitív irányba forgatva először e_2 -t, azután e_3-at stb., végül e_m-et kapjuk. Minthogy S konvex, P pedig belső pont, S kerületét minden e_i egyenes pontosan kétszer metszi, az m darab egyenes tehát S -et $2m$ darab konvex sokszögre bontja. Legyenek ezek – pozitív körüljárás szerint – rendre T_1, T_2, …, T_m, U_1, U_2, …, U_m. A T_i és az U_i éppen „szemben" vannak egymással, s mindkettőt e_i és e_{i+1} határolja. T_i és U_i területe nyilván egyenlő, hiszen e_i és e_{i+1} is felezi S területét. Tükrözzük T_i-t P-re, a kapott sokszög legyen T_i'. T_i'-t és U_i-t most e_i-nek és e_{i+1}-nek azonos, P-ből induló félegyenesei határolják (vagyis azonos, e_i, e_{i+1} által határolt szögtartományba esnek). T_i' és U_i területe egyenlő, T_i' tehát nem eshet teljes egészében U_i belsejébe, de nem is foglalhatja egészen magában U_i-t. T_i'-nek és U_i-nek van tehát közös pontja S kerületén. Ugyanez igaz T_i és U_i'-re, ahol U_i' az U_i-nek P-re vonatkozó tükörképe.

1987-10-302-1.eps

Ha most S-et tükrözzük P-re, akkor a kapott S' tükörkép a T_1, T_2, …, T_m, U_1, U_2, …, U_m sokszögek mindegyikét metszeni fogja S kerületének egy-egy (semelyik e_i-hez nem tartozó) pontjában. S-et S' tehát legalább $2m$ különböző pontban metszi. S-nek és S'-nek nincs közös oldalegyenese, különben S-nek volnának párhuzamos oldalai. Így S' minden oldalegyenese legfeljebb két pontban metszi S-et. mert S konvex. S'-nek n oldalegyenese van, tehát S és S' metszéspontjainak a száma legföljebb $2n$. A metszéspontok számát k-val jelölve azt kapjuk tehát, hogy $2m \leqq k \leqq 2n$, ahonnan $m \leqq n$ következik.

Ezzel beláttuk, hogy a P -n átmenő területfelező egyenesek száma valóban legföljebb n. Ez a szám el is érhető, mint azt a páratlan oldalú szabályos sokszögek mutatják (P a középpont).

Ha egy téglalap két szemközti oldalához két egyenlő területű sokszöget illesztünk úgy, hogy a kapott sokszög konvex maradjon, akkor az így kapott sokszögnek végtelen sok, a téglalap középpontján áthaladó területfelező egyenese van. Ez mutatja, hogy nem hagyható el a feladatnak az a kikötése, hogy S -nek ne legyenek párhuzamos oldalai.

Ha S nem konvex, akkor pedig már az is nehezen megválaszolható kérdés, hogy mikor nevezzünk egy egyenest területfelezőnek.