Elegendő megkeresnünk azokat a természetes számokat, amelyeknek van olyan többszöröse, amelynek minden jegye 1. Ekkor és csak ekkor lesz ugyanis bármilyen a számjegy esetén is olyan többes, amelynek minden jegye a.

A páros, illetve az 5-tel osztható számoknak nyilván nincs csupa egyesből álló többszöröse, hiszen a páros számok utolsó jegye páros, az 5-tel oszthatók többszörösei pedig 0-ra vagy 5-re végződnek. Állítjuk, hogy e két esettel minden kivételt megtaláltunk, azaz ha egy N természetes szám relatív prím a 10-hez, akkor van olyan többszöröse, amelynek minden jegye 1-es.

Ha U_m jelöli az m jegyű, csupa 1-esből álló számot, akkor tekintsük az $U_1, U_2, \ldots$ számoknak az N-nel való osztáskor fellépő maradékait. Mivel a lehetséges maradékok száma N, van olyan U_m és U_n $(m<n)$, amelyek ugyanazt a maradékot adják N-nel osztva. Ez azt jelenti, hogy $N|U_n-U_m=U_{n-m}\cdot 10^m$. Mivel pedig $(N,\ 10)=1$, ezért a talált oszthatóságban a 10^m tényező „leválasztható”, $N|U_{n-m}$, tehát az $n-m$ darab 1-esből álló szám az N-nek többszöröse. Ezzel a megoldást befejeztük.

Megjegyzés. Több megoldó észrevette, hogy a fenti megoldásban megfogalmazott állítás következik Euler (kongruencia-) tételéből, illetve az úgynevezett Kis-Fermat-tételből.

Hasonlóan mutatható meg, hogy az n alapú számrendszerben minden n-hez relatív prím N számnak van olyan többszöröse, amelynek minden jegye 1.