

Adott nemnegatív n esetén jelöljük n_k -val a $\sqrt{n + \sqrt{n + \dots + \sqrt{n}}}$ mennyiséget, ha a gyökjelek száma k ($k \geq 1$).

Ha n_k nem egész valamely k -ra, akkor $n_k + n$ sem az, és így $n_{k+1} = \sqrt{n + n_k}$ sem egész, hiszen egész szám négyzete is egész volna. Ebből következik, hogy n_j ilyenkor semmilyen $j > k$ ra sem egész.

Most három esetet különböztetünk meg:

1. Ha n egész és nem négyzetszám, akkor n_1 nem racionális, és így nem is egész. Ebben az esetben tehát az $n_1, n_2, \dots, n_k, \dots$ sorozat egyetlen tagja sem egész, ezért a bal oldali gyökjelek számától függetlenül nincs egész megoldása az egyenletnek.

2. Ha $n = 0$, akkor $n_k = 0$ minden k -ra. Egyenletünknek – megint a gyökjelek számától függetlenül – megoldása az $n = m = 0$ számpár. (Az ún. triviális megoldás.)

3. Ha $n \geq 1$ és négyzetszám, akkor legyen $n = r^2$, ahol $r \geq 1$ egész. Ekkor

$$r < \sqrt{r^2 + r} = \sqrt{n + r} = \sqrt{n + \sqrt{n}} = n_2 < r + 1,$$

tehát n_2 nem lehet egész. A bevezető megjegyzés szerint így $n_3, n_4, \dots, n_k, \dots$ sem egész, így ha a gyökjelek száma kettő vagy annál több, akkor $n = r^2 \geq 1$ alakú egész megoldása sem lehet az egyenletnek. Egy gyökjel esetén a $\sqrt{n} = m$ egyenletet kapjuk, amelynek minden (m^2, m) alakú számpár megoldása, ha $m \geq 1$ egész.

Összefoglalva: Az egyenlet egész megoldása az $n = m = 0$ számpár. Ezenkívül csak akkor van megoldás, ha a bal oldalon csak egy gyökjel áll, ekkor pedig az összes (m^2, m) egész számpár megoldás, $m \geq 1$.