

Emeljük mindkét egyenletet négyzetre és adjuk össze az így kapott két egyenletet! Ekkor a jobb oldal  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ , tehát a

$$\sin^4 x + \cos^8 x = 1$$

egyenlethez jutunk. A jobb oldalon itt  $\sin^2 x + \cos^2 x$  is írható, s ekkor  $x$ -re a

$$(1) \quad \sin^4 x + \cos^8 x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

egyenletet kapjuk. Ha  $x \neq \frac{k\pi}{2}$  valamely  $k$  egészre, akkor  $0 < |\sin x| < 1$  és  $0 < |\cos x| < 1$ , tehát  $\sin^4 x < \sin^2 x$  és  $\cos^8 x < \cos^2 x$ , azaz (1) bal oldala határozottan kisebb a jobb oldalánál. Ezért (1)-nek, s így az eredeti egyenletrendszernek is csak  $x = \frac{k\pi}{2}$  alakú megoldása lehet, ahol  $k$  egész. Ezek után két esetet különböztetünk meg:

**I. eset.**  $k = 2l$ , azaz  $x = l\pi$ , ahol  $l$  egész. Ekkor  $\sin^2 x = 0$ ,  $\cos^4 x = 1$ , tehát  $\sin y = 0$ ,  $\cos y = 1$ , azaz  $y = 2m\pi$  valamely  $m$  egészre.

**II. eset.**  $k = 2l + 1$  páratlan, azaz  $x = l\pi + \frac{\pi}{2}$ , ahol  $l$  egész. Ekkor  $\sin^2 x = 1$ ,  $\cos^4 x = 0$ , tehát  $\sin y = 1$ ,  $\cos y = 0$ , azaz  $y = 2m\pi + \frac{\pi}{2}$  valamely  $m$  egészre.

A megoldások tehát:

$$\begin{aligned} x = l\pi, & \quad y = 2m\pi, & \text{ahol } l \text{ és } m \text{ egész, vagy} \\ x = l\pi + \frac{\pi}{2}, & \quad y = 2m\pi + \frac{\pi}{2}, & \text{ahol } l \text{ és } m \text{ egész.} \end{aligned}$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy ezek valóban megoldásai az egyenletrendszernek.