Jelöljük a sorozat n-edik tagját a_n-nel. A számtani sorozat tulajdonságaiból következik, hogy

$$a_n = a_2 + (n-2)d \quad \text{ha} \quad n \geqq 1.$$

Az első feltétel szerint $a_9 = a_2^3$, vagyis

$$a_2^3 = a_2 + 7d. \tag{1}$$

A második és harmadik feltétel szerint van olyan n és m pozitív egész, amelyre $a_2^2 = a_n$ és $a_2^4 = a_m$, azaz

$$a_2^2 = a_2 + (n-2)d,$$
$$a_2^4 = a_2 + (m-2)d.$$

Vezessük be az $n^{'} = n-2$ és $m^{'{'}} = m-2$ változókat. Ekkor $n^{'}$, $m^{'} \geqq -1$ egészek és $n^{'}$ nem 0, hisz ekkor $a_2 = a_2^2 = a_2^3$, azaz $a_9 = a_2$, ami nem lehet.

$$a_2^2 = a_2 + n^{'}d, \tag{2}$$
$$a_2^4 = a_2 + m^{'}d. \tag{3}$$

Az (1), (2), (3) egyenletek mindkét oldalából a_2-t levonva az

$$a_2^3 - a_2 = a_2(a_2+1)(a_2-1) = 7d, \tag{1'}$$
$$a_2^2 - a_2 = a_2(a_2-1) = n^{'}d, \tag{2'}$$
$$a_2^4 - a_2 = a_2(a_2-1)(a_2^2+a_2+1) = m^{'}d \tag{3'}$$

egyenletekhez jutunk. A felső és alsó egyenletet a középsővel osztva ($n' \neq 0 \quad$ és $\quad d \neq 0$)

$$a_2 + 1 = \frac{7}{n^{'}}, \tag{4}$$
$$a_2^2 + a_2 + 1 = \frac{m^{'}}{n^{'}}. \tag{5}$$

Az (5) egyenlet bal oldala $(a_2+1)^2 - (a_2+1) + 1$ alakba írható, s ide (4)-et behelyettesítve az

$$\frac{m^{'}}{n^{'}} = \left(\frac{7}{n^{'}}\right)^2 - \frac{7}{n^{'}} + 1$$

egyenlethez jutunk, ahonnan $n^{'}$ -vel végigszorozva és rendezve azt kapjuk, hogy $\dfrac{49}{n^{'}} = m^{'} + 7 - n^{'}$ egész szám, tehát $n^{'}$ osztója 49-nek.

Másrészt $n^{'} \geqq -1$, tehát $n^{'}$ lehetséges értékei: $n^{'} = -1,\ 1,\ 7,\ 49$.

Itt $n^{'} = -1$ esetén $m^{'} < -1$, ami lehetetlen. $n^{'} = 7$ esetén $m^{'} = 7$ s így $a_2^4 = a_2^2$, azaz $a_2 = 0,\ 1$, vagy -1 adódik. (1)-ből mindhárom esetben $d = 0$, tehát a sorozat tagjai nem különbözők. A feladat feltételének ez is ellentmond.

A következő két lehetőség maradt:

$$n^{'} = 1, \qquad m^{'} = 43;$$
$$n^{'} = 49, \qquad m^{'} = 43.$$

4)-ből a_2 és (2)-ből d kiszámítható: $a_2 = \dfrac{7}{n^{'}} - 1$; $\quad d = \dfrac{a_2^2 - a_2}{n^{'}}$.

A feladat feltételeinek két sorozat tesz tehát eleget, első két tagjuk:

$$-24,\ 6;\ \text{ill.}\ -\frac{2136}{2401};\ -\frac{6}{7}.$$