

Megmutatjuk, hogy az üdülő egyetlen lakójának sem lehet 6-nál több ismerőse, ebből pedig a feladat állítása már következik. Bármelyik A nyaraló ismerősei – ha vannak ilyenek – egymást nem ismerhetik, ellenkező esetben két ilyen és A közül bármely kettő ismerné egymást, a feladat szövege pedig ezt kizárja. A másik feltétel szerint bármely 7 ember között már vannak ismerősök, így A ismerősei – mint egymást kölcsönösen nem ismerő emberek – valóban legfeljebb hatan lehetnek. Így viszont az üdülés n darab résztvevője egyenként legfeljebb 6 másikat ajándékoz meg, az ajándékok száma ezért valóban nem több, mint $6n$.

Megjegyzések. 1. Be lehet látni, hogy 28 nyaraló között már biztosan van vagy három olyan, akik kölcsönösen ismerik egymást, vagy 7 olyan, akik közül senki sem ismeri a többi 6-ot, így a feladatbeli üdülőnek legfeljebb 27 lakója lehetett. Általában is igaz, hogy $\binom{k+l}{k}$ ember között vagy van $k+1$ olyan, hogy közülük bármely kettő ismeri, vagy van $l+1$ olyan, hogy közülük semelyik kettő sem ismeri egymást.

2. Ha a feladat szövegében a „hét” helyett tetszőleges k számot írunk, akkor a bizonyítás szerint legfeljebb $(k-1) \cdot n$ lehet az ajándékok száma. Érdekes meggondolni, mi történik, ha az első feltételt gyengítjük, azaz például csak annyit teszünk fel, hogy bármely *négy* lakó között van olyan kettő, akik nem ismerik egymást, de bármely $7(k)$ között már vannak ismerősök. Vajon nem segít-e most az idézett tétel?