A (2)-ben szereplő xy, yz, valamint zx mennyiségekre, mint új ismeretlenekre vezessük be az A, B, C jeleket. Ezekkel (2) így alakul:

$$A+B+C=1. \tag{2'}$$

(1)-ből tudjuk, hogy x, y, z nullától különböznek; ezzel a feltétellel új gyök nyerése nélkül (1)-et megszorozhatjuk (xyz)-vel:

$$3(x^2yz+yz)=4(y^2xz+xz)=5(z^2xy+xy).$$

Az itt szereplő összes tag könnyen kifejezhető A, B, C-vel, például $x^2yz=(xy)(xz)=AC$, tehát (1)-ből

$$3(AC+B)=4(AB+C)=5(BC+A). \tag{1'}$$

A zárójelben álló tényezők (2') segítségével szorzattá bonthatók. Például (2')-ből $B=-A-C+1$, tehát

$$AC+B=AC-A-C+1=(A-1)(C-1),$$

s hasonlóképpen a többi. Tehát

$$3(A-1)(C-1)=4(A-1)(B-1)=5(B-1)(C-1), \tag{1''}$$

s (2')-ből

$$(A-1)+(B-1)+(C-1)=-2. \tag{2''}$$

Ezzel az eredetinél lényegesen egyszerűbb egyenletrendszert kaptunk az $u=A-1$, $v=B-1$, $w=C-1$ mennyiségekre:

$$3\,uw=4uv=5vw, \quad u+v+w=-2. \tag{3}$$

A kettős egyenlőség egyértelműen meghatározza u, v és w arányát (feltéve persze, hogy egyik sem nulla), ennek alapján a másik egyenlőség pedig értéküket.

Vegyük észre, hogy míg (3)-ig eljutottunk, igyekeztünk az egyenletek „szimmetriáját" megőrizni – például új ismeretlent vezettünk be xy, yz és zx helyébe is; (1)-et nem bontottuk két egyenletre; vagy (1')-ben nem A, B, C valamelyikét helyettesítettük a (2')-ből kiadódó értékkel, hanem mindhármat. Továbbá lényegesen kihasználtuk, hogy (2) jobb oldalán éppen 1 áll, ám az (1)-ben szereplő 3, 4, 5 számok helyére tetszőlegeseket írva megoldásunk (legalábbis eddig a pontig) működik.

Térjünk vissza (3)-hoz. Láttuk, hogy két eset van:

a) u, v, w közül valamelyik nulla;
b) u, v, w egyike sem nulla.

Ez utóbbi esetben a korábban mondottak szerint meghatározhatjuk u, v és w arányát:

$$u:v:w=5:3:4;$$

és így (3) második egyenletéből $u=-5/6$, $v=-3/6$, $w=-4/6$; vagyis $A=xy=u+1=1/6$, $B=yz=v+1=1/2$, $C=xz=w+1=1/3$. Ezek az értékek természetesen kielégítik az (1')–(2') egyenletrendszert; továbbá $ABC=x^2y^2z^2=1/36$, tehát $xyz=1/6$ vagy $-1/6$. Innen tovább az első esetben

$$x=\frac{xyz}{yz}=\frac{xyz}{B}=\frac{1}{3}, \quad y=\frac{xyz}{C}=\frac{1}{2}, \quad z=\frac{xyz}{A}=1;$$

a másodikban

$$x=-\frac{1}{3}, \quad y=-\frac{1}{2}, \quad z=-1,$$

s mindkettő természetesen megoldása az eredeti egyenletrendszernek is.

Hátra van még az a) eset, vagyis ha u, v, w között van nulla. Ekkor (3) szerint mindhárom kettes szorzat értéke nulla, tehát u, v és w között legalább két nulla van – és ekkor a harmadik értéke -2. Ez azt jelenti, hogy A, B, C közül kettőnek értéke 1, egynek értéke pedig -1. Így $ABC=-1$, ami $ABC=x^2y^2z^2$-tel összevetve azt mutatja, hogy innen nem adódik új megoldás.

Összefoglalva, az egyenletrendszernek két megoldása van: (1/3, 1/2, 1), illetve (−1/3, −1/2, −1).