A 3^z függvény szigorúan monoton nő, és minden z-re értelmes, a feladat egyenlőtlensége tehát ekvivalens az alábbival:

$$x+\frac{1}{x}>y+\frac{1}{y}.$$

Ez az egyenlőtlenség nyilván értelmetlen, ha x vagy y értéke nulla, a két koordináta-tengely pontjai tehát nem lehetnek megoldások. Nyilván nincs megoldás a II. síknegyedben, ahol $x<0<y$, hiszen ekkor $x+\frac{1}{x}<0<y+\frac{1}{y}$. Ugyanilyen megfontolásból a IV. (nyílt) síknegyed viszont teljes egészében megoldás, itt ugyanis $x>0>y$, tehát $x+\frac{1}{x}>0>y+\frac{1}{y}$.

A továbbiakban elég az I. és III. síknegyedet vizsgálni. E két negyedben x és y előjele megegyezik, tehát $xy>0$. (Az $yx=0$ esetet már kizártuk.) Rendezzük a fenti egyenlőtlenséget és szorozzuk végig xy-nal (tehetjük, mert $xy>0$):

$$xy(x-y)\left(1-\frac{1}{xy}\right)>0$$

azaz

$$(x-y)(xy-1)>0.$$

Az I. és III. síknegyednek tehát pontosan azok az $(x,\,y)$ pontjai megoldások, amelyekre

$$x>y\quad \text{és}\quad xy>1$$

vagy

$$x<y\quad \text{és}\quad (0<)\,xy<1.$$

$x>y$ az $x=y$ egyenes alatti, $x<y$ az $x=y$ egyenes fölötti félsíkban teljesül. $0<xy<1$ az I. síknegyedben az $y=\frac{1}{x}$ hiperbola alatt, a III. síknegyedben e hiperbola fölötti pontokra, az $xy>1$ az I. síknegyedben az $y=\frac{1}{x}$ hiperbola fölötti, a III. síknegyedben e hiperbola alatti pontokra teljesül. Ennek alapján a feladat egyenlőtlenségének eleget tevő pontokat az alábbi ábra besatírozott része ábrázolja. A határok (az $y=\frac{1}{x}$ hiperbola, az $x=y$ egyenes és a tengelyek) sehol nem tartoznak a megoldáshalmazhoz.

1986-11-374-1.eps