I. megoldás. Legyen $p=2k+1$ és $q=2k-1$. A $(2k+1)^m$ binomiális tétel szerinti kifejtésében az utolsó előtti tag $m\cdot 2k$, az utolsó pedig 1, a többi tag osztható $(2k)^2$-nel. Hasonló igaz $(2k-1)^n$-re, csak ott az utolsó két tag $n\cdot 2k$ és -1, hiszen n páratlan. Így

$$p^m+q^n=4k^2\cdot M+2k(m+n),$$

ahol M egész, $m+n$ pedig páros. Ebből már láthatjuk, hogy p^m+q^n osztható $p+q=4k$-val.

II. megoldás. Írjuk a vizsgálandó összeget így: $p^m+q^n=(p^m-p^n)+(p^n+q^n)$, és tegyük föl egyelőre, hogy $m\geq n$. Ennek következtében $m=n+2k$, ahol k nemnegatív egész. Ekkor $p^m-p^n=p^n(p^{2k}-1)$, ami osztható (p^2-1)-gyel, és mivel $p+1$ páros, $2(p-1)=p+q$-val is. Ezért az első zárójelben lévő különbség osztható $(p+q)$-val. Mivel n páratlan, a második zárójelben is $(p+q)$-val osztható szám áll, ezért igaz a feladat állítása. Hasonlóan okoskodhatunk az $n>m$ esetben.

III. megoldás. Legyen $p=2k+1$, $q=2k-1$. Ekkor

$$p^m-1=(p-1)(p^{m-1}+\ldots+1);$$
$$q^n+1=(q+1)(q^{n-1}-\ldots+1),$$

ahol mindkét felbontásban a második zárójelben páratlan szám áll, jelölje ezeket $2r+1$, illetve $2s+1$, ahol r, s egész számok. Most már

$$p^m+q^n=(p-1)\cdot(2r+1)+(q+1)\cdot(2s+1)=2k(2r+2s+2)=4k(r+s+1),$$

ahol felhasználtuk, hogy $p-1=q+1=2k$. Tekintve, hogy $4k=p+q$, igaz a feladat állítása.