

I. megoldás. Minden $n \geq 2$ -re $a_{n+2} = a_n - a_{n-1}$, és itt a_{n+2} pozitív, tehát $a_n > a_{n-1}$, minden $n \geq 2$ -re. Ezért az $a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots$ sorozat szigorúan monoton nő.

Másrészt tudjuk, hogy $a_4 = a_2 - a_1$, azaz $a_1 + a_4 = a_2$. Miután $a_1 > 0$, ezért $a_2 > a_4$, ami ellentmond annak, hogy a sorozat nő.

Nincs tehát a feladat feltételeit kielégítő sorozat.

II. megoldás. A feltételek szerint

$$\begin{aligned}a_6 &= a_4 - a_3, \\a_5 &= a_3 - a_2 \quad \text{és} \\a_4 &= a_2 - a_1.\end{aligned}$$

Összeadva a három egyenletet, és mindkét oldalból a_4 -et levonva

$$a_6 + a_5 = -a_1.$$

Ez azt jelenti, hogy a_6 , a_5 , a_1 mindegyike nem lehet pozitív. A feladat feltételét kielégítő sorozat tehát valóban nem létezik.

Megjegyzés. Ha egy pozitív tagú sorozat minden $n \geq 2$ -re teljesíti az $a_{n+2} = a_n - a_{n-1}$ feltételt, akkor a II. megoldás szerint legfeljebb öt eleme van. Ilyen öt elemű sorozat pl.: 1, 2, 3, 1, 1.