Az egyenlőtlenség jobb oldala $a^{bc} \cdot b^{ac} \cdot c^{ab}$ alakú, tehát bc darab a, ac darab b és ab darab c tényező szorzata.

Alkalmazzuk erre az $(ab+ac+bc)$ darab (pozitív) számra a számtani és mértani közép közti összefüggést. Kapjuk, hogy

$$\frac{3abc}{ab+bc+ac} \geq \sqrt[ab+bc+ac]{a^{bc}b^{ac}c^{ab}}.$$

Itt nyugodtan $n=(ab+bc+ac)$-edik hatványra emelhetünk, mert mindkét oldal pozitív és $x>0$-ra az x^n függvény szigorúan monoton nő:

$$\left(\frac{3abc}{ab+ac+bc}\right)^{ab+bc+ac} \geq a^{bc} \cdot b^{ac} \cdot c^{ab}. \tag{2}$$

Ha megmutatjuk, hogy

$$\left(\frac{3abc}{ab+ac+bc}\right)^{a^2+b^2+c^2} \geq \left(\frac{3abc}{ab+ac+bc}\right)^{ab+ac+bc} \tag{3}$$

akkor innen (2) alapján következik a bizonyítandó állítás.

Ismeretes, hogy $a^2+b^2+c^2 \geq ab+ac+bc$ (mert rendezés után az

$$1/2[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2] \geq 0$$

egyenlőtlenségbe megy át). A p^x függvény $p \geq 1$ esetén monoton nő, (3)-hoz tehát elegendő, ha $p=\dfrac{3abc}{ab+ac+bc}=\dfrac{3}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}} \geq 1.$

De ismeretes, hogy az a, b, c számok harmonikus közepe (ami éppen p), nem kisebb a, b, c közül legkisebbnél. Minthogy $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$, ebből valóban $p \geq 1$, következik.

Ami az egyenlőséget illeti, (1)-ben pontosan akkor áll egyenlőség, ha (2)-ben is és (3)-ban is egyenlőség van. (2)-ben akkor és csak akkor van egyenlőség, ha mind az $(ab+bc+ac)$ darab szám egyenlő, azaz $a=b=c$. Ekkor $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$ is fennáll, tehát (3)-ban is egyenlőség van.