Legyen

$$f(x)=4^{\sin^2 x}+8^{\cos^2 x}=4^{\sin^2 x}+8^{1-\sin^2 x}=2^{2\sin^2 x}+8\cdot 2^{-3\sin^2 x}.$$

Minthogy $2^{2\sin^2 x}$ köbének és $2^{-3\sin^2 x}$ x négyzetének a szorzata 1, ezért $2^{2\sin^2 x}$-et három „harmadra”, $8\cdot 2^{-3\sin^2 x}$-et két „fél"-re bontva a kapott öt mennyiség,

$$\frac{2^{2\sin^2 x}}{3},\quad \frac{2^{2\sin^2 x}}{3},\quad \frac{2^{2\sin^2 x}}{3},\quad 4\cdot 2^{-3\sin^2 x}\quad \text{és}\quad 4\cdot 2^{-3\sin^2 x}$$

mértani közepe nem függ x-től:

$$G=\sqrt[5]{\left(\frac{2^{2\sin^2 x}}{3}\right)^3\cdot(4\cdot 2^{-2\sin^2 x})^2}=\sqrt[5]{\frac{16}{27}}.$$

Ugyanennek az öt számnak a számtani közepe $\dfrac{f(x)}{5}$, és mivel az öt szám mindegyike pozitív, fennáll rájuk a számtani és mértani közepek közötti egyenlőtlenség:

$$(1)\qquad \frac{f(x)}{5}\geqq\sqrt[5]{\frac{16}{27}},\quad \text{azaz}\quad f(x)\geqq 5\cdot\sqrt[5]{\frac{16}{27}}.$$

Egyenlőség pontosan akkor áll fenn, ha az öt szám mindegyike egyenlő, azaz $\dfrac{2^{2\sin^2 x}}{3}=4\cdot 2^{-3\sin^2 x}$. Ez egyenértékű a

$$(2)\qquad \sin x=\pm\sqrt{\frac{1}{5}\log_2 12}=\pm\sqrt{\frac{\lg 12}{5\lg 2}}\approx\pm 0,847$$

egyenlettel. Az első negyedben

$$x^*=\text{arc}\,\sin\sqrt{\frac{1}{5}\log_2 12}\approx\text{arc}\,\sin 0,847\approx 1,0099$$

a megoldás, s innen (2) összes megoldása

$$x_1=x^*+k\pi,\quad x_2=-x^*+k\pi,\ \text{(k egész)}.$$

Ezeken a helyeken lesz a függvény minimális, és a minimum értéke $5\cdot\sqrt[5]{\dfrac{16}{27}}$.