Jelöljük az ABC háromszög BAC szögének nagyságát α-val és válasszuk úgy a betűzést, hogy $CBA\sphericalangle = 2\alpha$, $ABC\sphericalangle = 4\alpha$, (tehát $\alpha = 180^\circ : 7$) legyen. Legyenek továbbá a szögfelezőknek a szemben fekvő oldalon levő metszéspontjai rendre $A_1,\ B_1,\ C_1$. Azt látjuk be, hogy az ezek által meghatározott háromszögben $C_1A_1 = C_1B_1$.

1986-05-198-1.eps

Ez a C_1A_1B és C_1B_1C háromszögek egybevágóságából következik, ha beláttuk hozzá, hogy $C_1B = C_1C$, $A_1B = B_1C$, ugyanis a köztük levő C_1BA_1 és C_1CB_1 szögek mértékszáma a föltevés, ill. a felezés folytán 2α.

$C_1B = C_1C$, mert a C_1BC háromszögben a velük szemben levő szögek egyenlők.

A második egyenlőséghez három háromszögpár hasonlóságára hivatkozunk, azok alapján $2-2$ szakasz arányának egyenlőségét írjuk fel, végül az ezek összeszorzásával adódó egyenlőséget egyszerűsítjük. O-val a három szögfelező közös pontját jelöljük. A hasonlóságok alapja mindhárom esetben $2-2$ szög egyenlősége, esetleg közös volta. Az ABA_1 és az ACO; az ABC és a BCO, valamint a BB_1C és a BCO háromszögek hasonlósága alapján

$$\frac{A_1B}{AB} = \frac{OC}{AC}, \quad \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BO}, \quad \frac{BC}{B_1C} = \frac{BC}{CO}.$$

Valóban, innen

$$\frac{A_1B}{B_1C} = 1.$$

Ezt akartuk belátni, és így az állítást bebizonyítottuk.