I. megoldás. a^3+2a szorzattá bontható: $a^3+2a=a(a^2+2)$. Belátjuk, hogy a^4+3a^3+1 a fenti szorzat mindkét tényezőjéhez relatív prím. a^4+3a^2+1 az első tényezővel, a-val osztva 1 maradékot ad, tehát $(a^4+3a^2+1,\ a)=1$. Másrészt $a^4+3a^2+1=(a^2+2)(a^2+1)-1$, tehát a^4+3a^2+1 a második tényezővel, (a^2+2)-vel osztva -1 maradékot ad, így $(a^4+3a^2+1,\ a^2+2)=1$.

Ha egy szám egy szorzat mindkét tényezőjéhez relatív prím, akkor szorzatukhoz is relatív prím, tehát $(a^4+3a^2+1,\ a^3+2a)=1$ minden egész a-ra.

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy minden természetes számra $(a^4+3a^2+1,\ a^3+2a)=1$. Ha a nullát természetes számnak tekintjük, akkor $a=0$-ra $(1,0)=1$. Ha $a\geqq 1$, akkor az euklideszi algoritmust alkalmazva:

$$\begin{aligned}
a^4+3a^2+1&=a(a^3+2a)+(a^2+1);\\
a^3+2a&=a(a^2+1)+a;\\
a^2+1&=a\cdot a+1;\\
a&=a\cdot 1.
\end{aligned}$$

Miután az utolsó nem-nulla maradék az 1, ezért $(a^4+3a^2+1,\ a^3+2a)=1$.