

Az első két egyenlet összegéből  $x_1^2 + x_3^2 = 13$ , az első és a második egyenlet különbségéből pedig  $x_2^2 + x_4^2 = 37$  adódik.

A negyedik egyenletből rendezés útján kapott  $x_1 + x_3 = x_2 - x_4$  összefüggést négyzetre emelve kapjuk, hogy

$$x_1^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 = x_2^2 + x_4^2 - 2x_2x_4,$$

ahonnan a négyzetösszegekre talált értékek alapján

$$2x_1x_3 + 2x_2x_4 = 24.$$

A harmadik egyenlet szerint tehát  $x_1x_3 = x_2x_4 = 6$ . Innen az alábbi két egyenletrendszert kapjuk:

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & x_1^2 + x_3^2 = 13 \\ & x_1x_3 = 6 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{II.} & x_2^2 + x_4^2 = 37 \\ & x_2x_4 = 6. \end{array}$$

I-ből  $|x_1 + x_3| = 5$  és  $|x_1 - x_3| = 1$ , II-ből pedig  $|x_2 + x_4| = 7$  és  $|x_2 - x_4| = 5$ .

Ha most az abszolút érték jeleken belül álló mennyiségek előjelét egymástól függetlenül választhatnánk meg, akkor az egyenletrendszernek  $2^4 = 16$  megoldása volna. Mivel azonban  $x_1 + x_3 = x_2 - x_4$ , e két mennyiség előjele megegyezik, ezért a megoldások száma 8. Ezeket az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

$x_1 + x_3$	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5
$x_1 - x_3$	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
$x_2 + x_4$	7	7	-7	-7	7	7	-7	-7
$x_2 - x_4$	5	5	5	5	-5	-5	-5	-5
$x_1$	3	2	3	2	-2	-3	-2	-3
$x_2$	6	6	-1	-1	1	1	-6	-6
$x_3$	2	3	2	3	-3	-2	-3	-2
$x_4$	1	1	-6	-6	6	6	-1	-1

Mivel a kapott megoldások I illetve II gyökeiből állnak elő, az eredeti egyenletrendszer első három egyenlete teljesül rájuk, a negyedik egyenlet pedig az  $x_1 + x_3 = x_2 - x_4$  választás miatt teljesül. Ezzel a feladatot megoldottuk.