a) Az első egyenlet jobb oldalán végezzük el a köbre emelést! A három változó köbei kiesnek, így az eredetivel ekvivalens

$$3(x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2 + 2xyz) = 0$$

egyenlethez jutunk. Csoportosítás után

$$3[(x^2y + xy^2) + (y^2z + xyz) + (yz^2 + z^2x) + (zx^2 + xyz)] = 0$$

adódik. A bal oldalon mind a négy tagból kiemelhető $x + y$, és így kapjuk, hogy

$$3(x + y)(xy + yz + z^2 + xz) = 3(x + y)(y + z)(z + x) = 0.$$

Egy szorzat pontosan akkor 0, ha valamelyik tényezője 0, így az $x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)^3$ egyenlet annak a ponthalmaznak az egyenlete, amelyek (x, y, z) koordinátáira vagy $x + y = 0$ vagy $y + z = 0$ vagy pedig $z + x = 0$.

Ismeretes, hogy ezek egy-egy sík egyenletei, és ezek a síkok különbözők, mert az első a koordináta-rendszer z, a második az x, a harmadik pedig az y tengelyével párhuzamos, a további két-két tengellyel pedig rendre nem párhuzamosak. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.

b) Tekintsük most a második egyenletet! Látható, hogy a fenti három sík pontjainak koordinátáira fennáll az egyenlőség, így ezek a síkok részei annak a ponthalmaznak, aminek ez az egyenlete. Kíséreljük meg az $(x+y)(y+z)(z+x)$ szorzatot ennek alapján kiemelni az $(x + y + z)^5 - (x^5 + y^5 + z^5)$ kifejezésből. Kiderül, hogy

$$(x + y + z)^5 - (x^5 + y^5 + z^5) = 5(x + y)(y + z)(z + x)(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx). \tag{1}$$

A negyedik tényező a következőképpen alakítható:

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx = \frac{1}{2}[(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2].$$

Innen látszik, hogy (1) jobb oldalán a negyedik tényező nem negatív és pontosan akkor nulla, ha $x+y = y+z = z+x = 0$, azaz ha $x = y = z = 0$. A $P(0, 0, 0)$ pont mindhárom előbbi síkra illeszkedik.

A feladat kérdésére tehát tagadó a válasz, az

$$x^5 + y^5 + z^5 = (x + y + z)^5$$

ugyanannak a három síknak az egyenlete, mint az $x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)^3$.